

ВПЛИВ СПІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ЛОПАТЕЙ ПОВОРОТНО-ЛОПАТЕВОЇ ГІДРОТУРБИНИ НА РУХ ЇЇ РОБОЧОГО КОЛЕСА

На основі дискретної моделі робочого колеса поворотно-лопатевої гідротурбіни розглянуто несамоєрівноважені форми коливань системи вал з лопатями. Проаналізовано рух вала і виникаючі при закріпленні вала реакції опорних підшипників, які виникають на всіх несамоєрівноважених формах коливань.

Ключові слова: поворотно-лопатева гідротурбіна, дискретна модель, коливання, реакції опорних підшипників, вал з лопатями, робоче колесо, несамоєрівноважені форми коливань.

Вступ

У роботі [3] розглянуто дискретну модель вала з лопатками довільної турбомашини і наведено всі форми коливань даної системи. У першу чергу ця робота була орієнтована на авіаційні газові турбіни й компресори, і в ній були відзначені випадки взаємного впливу руху вінця лопаток і вала турбомашини.

Метою даної роботи є аналіз відповідних форм коливань системи, тобто таких форм, при яких коливання лопаток турбіни певним чином впливають на рух колеса турбіни. Для високооборотних авіаційних турбін і компресорів ці режими не мають особливого значення, однак вони є дуже важливими для порівняно низькооборотних гідротурбін. Зазначимо, що зазвичай для гідротурбін питання вібрацій вважаються другорядними, однак, як показала аварія на Саяно-Шушенській ГЕС [1], нехтувати вібраціями гідротурбін не можна.

1 Дискретна модель вала з лопатями гідротурбіни

У роботі [3] була запропонована дискретна модель турбомашини, яка виявилась дуже зручною, у першу чергу, для одержання якісних результатів, у той час як більшість використовуваних на цей час моделей є скінчено-елементними [2, 4]. Розрахунки за такими моделями є достатньо трудомісткими, а отримані результати – переважно кількісними.

Вищезазначена дискретна модель складалася з абсолютно жорсткого вала радіуса R масою M , на який насаджено n абсолютно жорстких пружно з'єднаних з валом лопаток з постійним кроком $2\pi/n$. Вісі, навколо яких обертаються лопатки відносно вала, утворювали з віссю вала кут α . У випадку гідротурбіни це відповідає такій схемі (рис. 1). У якості узагальнених координат, що задають положення системи в просторі, використовуються координати x , y , z центру вала,

кути повороту вала φ_x , φ_y , φ_z відносно нерухомих вказаних на рисунку 1 координатних осей Ox , Oy та Oz і кути φ_k ($k = \overline{1, n}$) поворотів лопатей відносно їхніх осей обертання, усього $n + 6$ координат.

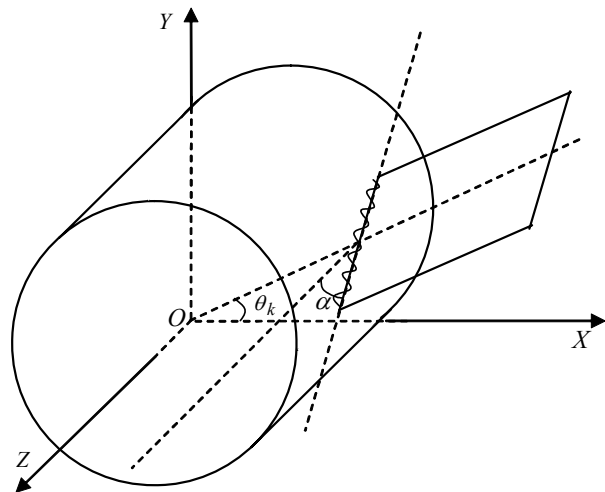


Рис. 1. Схема кріплення лопаті до вала гідротурбіни

Рух вала з лопатями описується зв'язаною системою $n + 6$ диференціальних рівнянь:

$$(M + mn)\ddot{x} - ma \cos \alpha \sum_{k=1}^n \sin \theta_k \ddot{\varphi}_k + cx = 0,$$

$$(M + mn)\ddot{y} + ma \cos \alpha \sum_{k=1}^n \cos \theta_k \ddot{\varphi}_k + cy = 0,$$

$$(M + mn)\ddot{z} + ma \sin \alpha \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_k + c_z z = 0,$$

$$\begin{aligned}
 & \left\{ j + \frac{n}{2} \left[m(R+a)^2 + J_{xx} \cos^2 \alpha + J_{yy} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + J_{zz} \sin^2 \alpha - J_{xz} \sin 2\alpha \right] \ddot{\varphi}_x + [J_{zz} \sin \alpha + \right. \\
 & \left. + ma(R+a) \sin \alpha - J_{xz} \cos \alpha \right] \sum_{k=1}^n \sin \theta_k \ddot{\varphi}_k - \\
 & - J_{yz} \sum_{k=1}^n \cos \theta_k \ddot{\varphi}_k + c_{xy} \varphi_x = 0, \\
 & \left\{ j + \frac{n}{2} \left[m(R+a)^2 + J_{xx} \cos^2 \alpha + J_{yy} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + J_{zz} \sin^2 \alpha - J_{xz} \sin 2\alpha \right] \ddot{\varphi}_y - [J_{zz} \sin \alpha + \right. \\
 & \left. + ma(R+a) \sin \alpha - J_{xz} \cos \alpha \right] \sum_{k=1}^n \cos \theta_k \ddot{\varphi}_k - \\
 & - J_{yz} \sum_{k=1}^n \sin \theta_k \ddot{\varphi}_k + c_{xy} \varphi_y = 0, \\
 & \left\{ j + n \left[m(R+a)^2 + J_{xx} \sin^2 \alpha + J_{zz} \cos^2 \alpha + \right. \right. \\
 & \left. \left. + J_{xz} \sin 2\alpha \right] \ddot{\varphi}_z + [ma(R+a) \cos \alpha + \right. \\
 & \left. + J_{zz} \cos \alpha + J_{xz} \sin \alpha \right] \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_k + c_{\varphi} \varphi_z = 0, \\
 & -ma \cos \alpha \sin \theta_k \ddot{x} + ma \cos \alpha \cos \theta_k \ddot{y} + \\
 & + ma \sin \alpha \ddot{z} + [ma(R+a) \sin \alpha + J_{zz} \sin \alpha - \\
 & - J_{xz} \cos \alpha] \sin \theta_k \ddot{\varphi}_x - J_{yz} \cos \theta_k \ddot{\varphi}_x - \\
 & - [ma(R+a) \sin \alpha + J_{zz} \sin \alpha - J_{xz} \cos \alpha] \times \\
 & \times \cos \theta_k \ddot{\varphi}_y - J_{yz} \sin \theta_k \ddot{\varphi}_y + \\
 & + [ma(R+a) \cos \alpha + J_{zz} \cos \alpha + J_{xz} \sin \alpha] \ddot{\varphi}_z + \\
 & + (ma^2 + J_{zz}) \ddot{\varphi}_k + (c_1 + 2c_0 h^2) \varphi_k - \\
 & - c_0 h^2 (\varphi_{k+1} + \varphi_{k-1}) = 0 \quad (k = \overline{1, n}). \quad (1)
 \end{aligned}$$

При цьому система диференціальних рівнянь (1), що описує рух такої механічної системи як вал з лопатями гідротурбіни, така ж, як й у випадку авіаційних турбін, відрізняючись тільки значеннями параметрів. Це дозволяє, не повторюючи відповідних математичних розрахунків, сконцентруватися на головних отри- маних результатах.

Симетрична система, що складається з вала і вінця лопатей, має велику кількість самоврівноважених форм коливань. Це форми із двома, трьома й більшою кількістю вузлових діаметрів, однак для гідротурбіни найбільший інтерес становлять несамоврівноважені форми коливань. Вони виникають у результаті того, що вісь повороту нахилена до осі турбіни, і рух лопатей розділяється на перпендикулярний осі \bar{S}_{nk} й по- здовжній \bar{S}_{zk} (рис. 2). Такими формами коливань є вісесиметричні форми та форми з одним вузловим ді- аметром. Розглянемо їх докладніше.

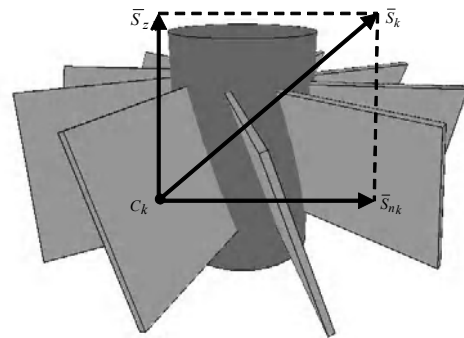


Рис. 2. Складові переміщення k -ї лопаті

2 Аналіз несамоврівноважених форм коливань

1. Осьова симетрія: $\varphi_k = \Phi$, $x = 0$, $y = 0$, $\varphi_x = 0$, $\varphi_y = 0$.

Рівняння (1) приймають вигляд:

$$\begin{aligned}
 (M + mn) \ddot{z} + mna \sin \alpha \ddot{\Phi} + c_{zz} z &= 0, \\
 \left\{ j + n \left[m(R+a)^2 + J_{xx} \sin^2 \alpha + J_{zz} \cos^2 \alpha + \right. \right. \\
 \left. \left. + J_{xz} \sin 2\alpha \right] \ddot{\varphi}_z + [ma(R+a) \cos \alpha + \right. \\
 \left. + J_{zz} \cos \alpha + J_{xz} \sin \alpha \right] \ddot{\Phi} + c_{\varphi} \varphi_z &= 0, \\
 [ma(R+a) \cos \alpha + J_{zz} \cos \alpha + J_{xz} \sin \alpha] \ddot{\varphi}_z + \\
 + ma \sin \alpha \ddot{z} + (ma^2 + J_{zz}) \ddot{\Phi} + c_1 \Phi &= 0. \quad (2)
 \end{aligned}$$

Рівняння (2) показують, що вісесиметричні коли- вання вінця лопатей супроводжуються крутильними коливаннями вала й поступальним рухом вала уздовж осі OZ . Всі лопаті одночасно повертаються на той самий кут навколо своїх осей. У результаті поздовжніх складових переміщення \bar{S}_{zk} всі лопаті одночасно зміщуються уздовж осі вала то в один, то в інший бік. З огляду на те, що в реальності обидва кінці вала закріплені в опорних підшипниках та з урахуванням великої сумарної маси лопатей при таких коливаннях у процесі експлуатації гідротурбін виникають великі поздовжні реакції \bar{R}_z в опорних підшипниках турбіни (рис. 3). Проведені розрахунки показали, що частота вісесиметричних коливань системи становить кілька десятків герців. Як правило, це відповідає частоті обертання турбіни в процесі розгону або гальму- вання.

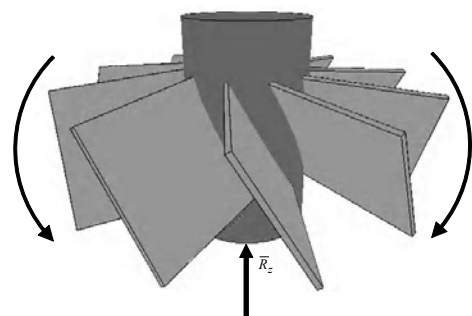


Рис. 3. Схема вісесиметричних коливань вала з лопатями

Іншою несамоврівноваженою формою є форма коливань із одним вузловим діаметром.

2. Форми коливань з одним вузловим діаметром.

Вертикальний вузловий діаметр: $\varphi_k = \Phi \cos \theta_k$,

$x = 0, z = 0, \varphi_z = 0$.

З системи рівнянь (1) одержуємо

$$(M + mn)\ddot{y} + \frac{mn}{2} a \cos \alpha \ddot{\Phi} + cy = 0,$$

$$\left\{ j + \frac{n}{2} \left[m(R+a)^2 + J_{xx} \cos^2 \alpha + J_{yy} + J_{zz} \sin^2 \alpha - J_{xz} \sin 2\alpha \right] \ddot{\varphi}_y - [J_{zz} \sin \alpha + ma(R+a) \sin \alpha - J_{xz} \cos \alpha] \frac{n}{2} \ddot{\Phi} + c_{xy} \varphi_y = 0, \quad (3) \right.$$

$$- \frac{\ddot{\varphi}_y}{ma(R+a) \sin \alpha + J_{zz} \sin \alpha - J_{xz} \cos \alpha} \times \left\{ ma(R+a) \sin \alpha + J_{zz} \sin \alpha - J_{xz} \cos \alpha \right\}^2 + J_{yz}^2 + ma \cos \alpha \ddot{y} + (ma^2 + J_{zz}) \ddot{\Phi} + \left(c_1 + 2h^2 c_0 \left(1 - \cos \frac{2\pi}{n} \right) \right) \Phi = 0,$$

$$\varphi_x = \frac{J_{yz}}{ma(R+a) \sin \alpha + J_{zz} \sin \alpha - J_{xz} \cos \alpha} \varphi_y. \quad (4)$$

Горизонтальний вузловий діаметр: $\varphi_k = \Phi \sin \theta_k$,

$y = 0, z = 0, \varphi_z = 0$.

Картина коливань у цьому випадку така ж, як й у випадку вертикального вузлового діаметра, різниця тільки в повороті на кут 90° .

Аналіз рівнянь (3) показує, що в цьому випадку коливання лопатей супроводжуються поступальним переміщенням вала уздовж вузлового діаметра – осі OY ; крім цього, відбувається обертання вала відносно осі, що лежить у площині XOY й такої, що задається рівнянням (4). Це також пояснюється тим, що за рахунок нахилів осей обертання лопатей швидкості їхніх центрів мас мають складові уздовж цієї осі.

При цьому половина вінця лопатей рухається в одному напрямку уздовж осі вала, а інша половина – у протилежному (рис. 4). При закріпленні кінців вала при таких коливаннях виникає значна поперечна реакція \bar{R}_n в опорних підшипниках. Цим формам коливань також відповідають власні частоти, що належать режимам розгону або гальмування.

Висновки

Вивчення вільних коливань вала з лопатями турбомашини дозволило виявити важливу роль коливань при експлуатації гідротурбін, а саме випадки впливу

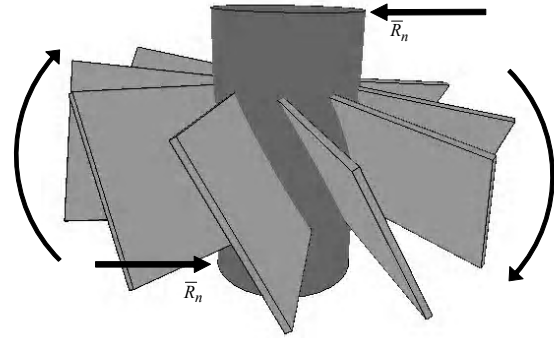


Рис. 4. Схема форм коливань гідротурбіни з одним вузловим діаметром

спільних коливань лопатей на рух колеса турбіни. Зокрема, це властиве віссиметричним формам коливань та формам з одним вузловим діаметром. У результаті несамоврівноваженості коливань лопатей з'являються складові переміщень уздовж різних осей координат, що в процесі експлуатації гідротурбін призводить до виникнення реакцій в опорних підшипниках. При цьому власні частоти коливань вала з лопатями потрапляють у діапазон, що відповідає режимам розгону або гальмування гідротурбіни. При певних умовах, зокрема, при частому проходженні турбіною режимів розгону та гальмування в результаті виникнення на цих режимах великих реакцій в опорних підшипниках це може призводити до пошкодження турбіни.

Отримані результати мають важливе практичне значення для аналізу поведінки турбін під час їх роботи, розробки заходів щодо уникнення пошкоджень турбін та аварійних ситуацій, для проектування нових турбін та експлуатації вже існуючих.

Список літератури

1. Акт технического расследования причин аварии, произошедшей 17 августа 2009 года в филиале Открытого Акционерного Общества «РусГидро» - «Саяно-Шушенская ГЭС имени П. С. Непоногова». (http://www.rushydro.ru/file/main/global/press/news/8526.html/Akt_tehrassledovaniya_prichin_aviarii_na_SShGES.pdf)
2. Исследование динамических характеристик лопастей рабочих колес поворотного-лопастных гидротурбин при взаимодействии с жидкостью / [Е. В. Ганчин, И. Е. Ржевская, Е. А. Стрельникова] // Вісник Харківського національного університету. Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління, 2009. – № 847. – С. 79–86.
3. Григорьева П. П. Исследование колебаний поврежденных дисков с лопатками газотурбинных двигателей на основе дискретной модели / П. П. Григорьева, А. Д. Шамровский // Проблемы машиностроения. – 2005. – Т. 8. – № 2. – С. 56–64.
4. Оценка ресурса и долговечности элементов циклически симметричных конструкций / [Т. Ф. Медведовская, И. Е. Ржевская, Е. В. Еселева и др.] // Вестник двигателестроения. – 2009. – № 2. – С. 143–147.

Одержано 14.10.2010

Шамровский А.Д., Шевченко В.А., Радченко В.В., Кучер В.Г., Кобец В.А. Влияние совместных колебаний лопастей поворотной-лопастной гидротурбины на движение ее рабочего колеса

На основе дискретной модели рабочего колеса поворотной-лопастной гидротурбины рассмотрены несамоуравновешенные формы колебаний системы вал с лопастями. Проанализированы движение вала и возникающие при закреплении вала реакции опорных подшипников на всех несамоуравновешенных формах колебаний.

Ключевые слова: поворотная-лопастная гидротурбина, дискретная модель, колебания, реакции опорных подшипников, вал с лопастями, рабочее колесо, несамоуравновешенные формы колебаний.

Shamrovskiy A., Shevchenko V., Radchenko V., Kucher V., Kobets V. Combined vibrations influence of the adjustable-blade turbine blades on the turbine water wheel motion

On base of discrete model of adjustable-blade turbine water wheel the nonself-balanced mode shapes of shaft with impeller blades system are considered. The shaft motion and supporting bearing reaction which appear due to shaft fixing on all nonself-balanced mode shapes are analyzed.

Key words: adjustable-blade turbine, discrete model, vibrations, supporting bearing reaction, shaft with impeller blades, water wheel, nonself-balanced mode shapes.

УДК 539.3

Канд. фіз.-мат. наук О. О. Авраменко

Державна інженерна академія, м. Запоріжжя

АНАЛІЗ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ НЕТОНКИХ ОРТОТРОПНИХ КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК ЗМІННОЇ ТОВЩИНИ ПІД ДІЄЮ НЕРІВНОМІРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

На основі запропонованого підходу проведено аналіз напружено-деформованого стану нетонких ортотропних конічних оболонок змінної товщини під дією нерівномірно розподіленого навантаження. Як приклад наведено результати розподілу прогинів для конічних оболонок у залежності від параметрів змінної товщини для деяких навантажень. Виявлені ефекти і отримані закономірності.

Ключові слова: нерівномірне навантаження, нетонка ортотропна конічна оболонка, уточнена теорія, змінна товщина, сплайн, метод дискретної ортогоналізації, напружено-деформований стан.

Вступ

Конічні оболонки сталі та змінної товщини широко застосовуються в різних галузях техніки як елементи конструкцій та деталі машин [1, 2]. Навантаження, під впливом яких знаходяться такі конструкції, часто може бути нерівномірним.

При розрахунку міцності оболонкових конструкцій необхідно мати інформацію про їх напружено-деформований стан. Важливим при визначенні напружено-деформованого стану є врахування змінної товщини оболонки, оскільки в багатьох випадках необхідно вибрати раціональні параметри деформативності конструкції, не змінюючи її ваги. У багатьох випадках матеріали механічних об'єктів, що розглядаються, є анізотропними, що зумовлено широким застосуванням композитних матеріалів та змушує використовувати для дослідження напружено-деформованого стану таких конструкцій уточнені моделі теорії оболонок, що враховують вплив поперечного зсуву.

Для розв'язання задач статички тонких конічних оболонок як сталі, так і змінної товщини існує ряд розроблених методів, тоді як задачам про напружено-деформований стан конічних оболонок в уточненій постановці присвячено небагато робіт.

Метою даної роботи є розрахунок та аналіз напружено-деформованого стану оболонок вказаного класу на базі гіпотези прямолінійного елемента в залежності від параметрів змінної товщини та нерівномірно розподіленого навантаження.

1 Розв'язання задач статички нетонких конічних оболонок на основі сплайн-апроксимації

У деяких випадках, особливо для нетонких оболонок та оболонок з композитних матеріалів, припущення класичної теорії можуть привести до результатів, що недостатньо точно відображають суть механічних явищ, що вивчаються. Для розв'язання таких задач запропоновано різні варіанти уточнених моделей обо-