

- kinematic chains / A. Polyakov, M. Kolesova // A Proc. vol. from the 6-th IFAC workshop DECOM-TT 2009. – Scopje, Macedonia, 2009. – P. 321–328.
4. Поляков А. М. Рекуррентная формула для нахождения действительных корней нелинейных алгебраических уравнений в приложении к задачам механики механизмов / А. М. Поляков, М. А. Полякова // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні. – 2002. – № 2. – С. 93–96.
 5. Бахвалов Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – М. : Наука, 1987. – 600 с.
 6. Ортега Д. Итерационные методы решения нелинейных систем со многими неизвестными / Д. Ортега, В. Рейнболдт. – М. : Мир, 1975. – 558 с.
 7. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – М. : Наука, 1976. – 544 с.
 8. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики / Б. П. Демидович, И. А. Марон. – М. : Наука, 1970. – 664 с.

Одержано 17.10.2011

Поляков О.М. Застосування нового чисельного методу розв'язання систем поліноміальних рівнянь до задач кінематики шарнірних механізмів

Використана нова рекуррентна формула для чисельного розв'язання систем нелінійних поліноміальних рівнянь. Наведені приклади свідчать про її ефективність при виборі довільних початкових наближень.

Ключові слова: поліноміальне рівняння, система рівнянь, чисельне рішення, рекуррентна формула, ітераційний процес, корінь полінома.

Polyakov A. Application of a new numerical method of the polynomial equations systems solving to the kinematics of linkages

New recurrent formula for the numerical solution of nonlinear polynomial equations systems is received. The given examples show its effectiveness when initial approximations are choosing arbitrary.

Key words: polynomial equation, system of equations, numerical solution, recursive formula, iterative process, root of polynomial.

УДК 621.01:531.3

Д-р техн. наук Т. М. Кадильникова, канд. техн. наук А. М. Криворучко,
Н. А. Силина, С. В. Кадильников

Национальная металлургическая академия Украины, г. Днепропетровск

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ РАБОЧИХ ОРГАНОВ КОЛОСНИКОВЫХ ГРОХОТОВ

В статье рассмотрена актуальная научная прикладная задача, суть которой состоит в разработке универсального численного метода определения собственных частот колебаний стержневых элементов рабочих органов колосниковых грохотов. Предложенный метод позволит в дальнейшем подбирать частоты вынужденных колебаний вибрирующих устройств в грохотах.

Ключевые слова: собственные частоты; стержневой элемент; колосниковые грохоты.

Введение

В настоящее время при проведении операций, связанных с дезинтеграцией насыпных материалов, находят широкое применение грохоты, у которых в качестве рабочего органа используются колосниковые решетки. Отличительной особенностью таких конструкций является их энергоэкономность при получении готовой продукции, а также высокая произ-

водительность. Все это достигается благодаря наличию гравитационных потоков насыпного материала в рабочих органах грохота и нелинейности колебаний непосредственно самих колосников, представляющих собой стержни постоянного сечения, подверженные изгибным деформациям. Поэтому при проектировании рабочих органов грохотов большое значение приобретают исследования изгибных колебаний стержней.

Аналитические методы расчета колебаний стержней, как правило, не отображают с необходимой точностью действительную картину их динамического состояния [1]. При этом их вибрационные нагрузки требует решения нелинейной задачи на собственные частоты и собственные формы колебаний. Существующие в настоящее время методы решения таких задач (метод конечных элементов, метод конечных разностей) имеют определенные недостатки, в частности, требуют использования специальных методов оптимизации матриц жесткости и инерции, что существенно усложняет алгоритм расчета, а также слабо адаптируются к решению задач с большим числом степеней свободы [2]. Вследствие этого необходимо использовать итерационные методы для определения собственных частот и собственных форм колебаний стержней, что, в конечном счете, определяет цель и задачи исследования.

Материалы и методика исследований

Построение геометрической и математической моделей нелинейной деформации гибкого стержня постоянного сечения, разработка и теоретическое обоснование применения универсальных итерационных методов получения собственных форм и частот колебаний определяют основы комплексной методики расчета и проектирования рабочих органов колосниковых грохотов.

Для определения собственных колебаний стержня по схеме эквивалентного бруса используем гипотезу плоского изгиба гибких стержней [3]. Первая форма и первая частота определяются минимизацией функционала Релея-Ритца [3]. Численное решение является устойчивым, так как минимизация осуществляется методом покоординатного спуска [4]. Для определения более высоких форм переход к численному решению осуществляется путем аппроксимации искомым собственным форм кубическим сплайном.

В данном случае для аппроксимации перемещений s используем полином 3-го порядка с четырьмя членами:

$$s(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3,$$

где $a_i, i = \overline{0,3}$ – неизвестные коэффициенты.

Тогда угол поворота θ рассматриваемого сечения имеет вид:

$$\theta(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2.$$

Граничные условия при этом будут следующими:

$$\begin{aligned} s(0) &= a_0; \quad \theta(0) = a_1; \\ s(l) &= s_1 + \theta_1l + a_2l^2 + a_3l^3 = s_2; \\ \theta(l) &= \theta_1 + 2a_2l + 3a_3l^2 = \theta_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где l – длина стержня.

Из (1) определяются неизвестные коэффициенты a_2, a_3 :

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{s_2 - s_1}{l^2} - \frac{\theta_2 + 2\theta_1}{l}; \\ a_3 &= \frac{\theta_2 + \theta_1}{l^2} - 2 \cdot \frac{s_2 - s_1}{l^3}. \end{aligned} \quad (2)$$

Для определения собственных частот изгибных колебаний стержня используем энергетический метод [4].

Теория и анализ полученных результатов

Амплитудные потенциальная энергия P и кинетическая энергия T при этом определяются выражениями:

$$P = \frac{1}{2} \int_0^l EI \cdot \left(\frac{d^2s}{dx^2} \right)^2 dx; \quad T = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \int_0^l \rho F s^2 dx, \quad (3)$$

где ρ, E – плотность и модуль упругости материала стержня, соответственно; I, F – момент инерции и площадь поперечного сечения стержня; ω – собственная частота колебаний стержня.

С учетом (2) функция s и ее вторая производная, входящие в выражение (3), будут иметь вид:

$$\begin{aligned} s &= s_1 + \theta_1x + \left(\frac{s_2 - s_1}{l^2} - \frac{\theta_2 + 2\theta_1}{l} \right) x^2 + \\ &+ \left(\frac{\theta_2 + \theta_1}{l^2} - 2 \cdot \frac{s_2 - s_1}{l^3} \right) x^3; \\ \frac{d^2s}{dx^2} &= 2 \left(\frac{s_2 - s_1}{l^2} - \frac{\theta_2 + 2\theta_1}{l} \right) + \\ &+ 6x \left(\frac{\theta_2 + \theta_1}{l^2} - 2 \cdot \frac{s_2 - s_1}{l^3} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Подставляя выражение (4) в (3) и интегрируя, получим выражения для потенциальной и кинетической энергий в виде:

$$\begin{aligned} P &= \frac{12}{l^3} \left(\frac{1}{2} s_1^2 + \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{1}{6} \theta_1^2 l^2 + \frac{1}{6} \theta_2^2 l^2 - s_1 s_2 + \frac{1}{2} s_1 \theta_1 l + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{2} s_1 \theta_2 l - \frac{1}{2} s_2 \theta_1 l - \frac{1}{2} s_2 \theta_2 l + \frac{1}{6} \theta_1 \theta_2 l^2 \right); \\ T &= \frac{1}{2} \omega^2 \rho F l \left(\frac{13}{35} s_1^2 + \frac{13}{35} s_2^2 + \frac{1}{105} \theta_1^2 l^2 + \frac{1}{105} \theta_2^2 l^2 - \right. \\ &- \frac{9}{35} s_1 s_2 + \frac{11}{105} s_1 \theta_1 l + \frac{13}{210} s_1 \theta_2 l - \frac{13}{210} s_2 \theta_1 l \\ &- \left. \frac{11}{105} s_2 \theta_2 l + \frac{1}{70} \theta_1 \theta_2 l^2 \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Для нахождения собственной частоты колебаний стержня необходимо, согласно энергетического метода, найти максимальные потенциальную и кинетическую энергии. Для этого находим первые и вторые производные от выражения (5):

$$\begin{aligned}\frac{\partial P}{\partial s_1} &= \frac{12EI}{l^3} \left(s_1 - s_2 + \frac{1}{2}\theta_1 l + \frac{1}{2}\theta_2 l \right); \\ \frac{\partial P}{\partial s_2} &= \frac{12EI}{l^3} \left(-s_1 + s_2 - \frac{1}{2}\theta_1 l - \frac{1}{2}\theta_2 l \right); \\ \frac{\partial P}{\partial \theta_1} &= \frac{12EI}{l^3} \left(\frac{1}{2}s_1 l - \frac{1}{2}s_2 l + \frac{1}{3}\theta_1 l^2 + \frac{1}{6}\theta_2 l^2 \right); \\ \frac{\partial P}{\partial \theta_2} &= \frac{12EI}{l^3} \left(\frac{1}{2}s_1 l - \frac{1}{2}s_2 l + \frac{1}{6}\theta_1 l^2 + \frac{1}{3}\theta_2 l^2 \right); \\ \frac{\partial T}{\partial s_1} &= \frac{\rho Fl \omega^2}{2} \left(\frac{26}{35}s_1 - \frac{9}{35}s_2 + \frac{11}{105}\theta_1 l + \frac{13}{210}\theta_2 l \right); \\ \frac{\partial T}{\partial s_2} &= \frac{\rho Fl \omega^2}{2} \left(-\frac{9}{35}s_1 + \frac{26}{35}s_2 - \frac{13}{210}\theta_1 l - \frac{11}{105}\theta_2 l \right); \\ \frac{\partial T}{\partial \theta_1} &= \frac{\rho Fl \omega^2}{2} \left(\frac{11}{105}s_1 l - \frac{13}{210}s_2 l + \frac{2}{105}\theta_1 l^2 + \frac{1}{70}\theta_2 l^2 \right); \\ \frac{\partial T}{\partial \theta_2} &= \frac{\rho Fl \omega^2}{2} \left(\frac{13}{210}s_1 l - \frac{11}{105}s_2 l + \frac{1}{70}\theta_1 l^2 + \frac{2}{105}\theta_2 l^2 \right); \\ \frac{\partial^2 T}{\partial s_1^2} &= \frac{13\rho Fl \omega^2}{35}; \quad \frac{\partial^2 T}{\partial s_2^2} = \frac{13\rho Fl \omega^2}{35}; \\ \frac{\partial^2 T}{\partial \theta_1^2} &= \frac{\rho Fl^3 \omega^2}{105}; \quad \frac{\partial^2 T}{\partial \theta_2^2} = \frac{\rho Fl^3 \omega^2}{105}; \\ \frac{\partial^2 P}{\partial s_1 \partial s_2} &= -\frac{12EI}{l^3}; \quad \frac{\partial^2 P}{\partial s_1 \partial \theta_1} = \frac{6EI}{l^2}; \quad \frac{\partial^2 P}{\partial s_1 \partial \theta_2} = \frac{6EI}{l^2}; \\ \frac{\partial^2 P}{\partial s_2 \partial \theta_1} &= -\frac{6EI}{l^2}; \quad \frac{\partial^2 P}{\partial s_2 \partial \theta_2} = -\frac{6EI}{l^2}; \quad \frac{\partial^2 P}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} = \frac{2EI}{l}; \\ \frac{\partial^2 T}{\partial s_1 \partial s_2} &= -\frac{9\rho Fl \omega^2}{70}; \quad \frac{\partial^2 T}{\partial s_1 \partial \theta_1} = \frac{11\rho Fl^2 \omega^2}{210}; \\ \frac{\partial^2 T}{\partial s_1 \partial \theta_2} &= \frac{13\rho Fl^2 \omega^2}{420}; \quad \frac{\partial^2 T}{\partial s_2 \partial \theta_1} = -\frac{13\rho Fl^2 \omega^2}{420}; \\ \frac{\partial^2 T}{\partial s_2 \partial \theta_2} &= -\frac{11\rho Fl^2 \omega^2}{210}; \quad \frac{\partial^2 T}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} = \frac{\rho Fl^3 \omega^2}{140}.\end{aligned}$$

После минимизации функционала энергии находятся собственные частоты колебаний стержня. Для реализации предложенного метода были созданы соответствующие программы, с помощью которых была решена задача нахождения собственных частот колебаний тонкой стержня из стали, закрепленного одним концом, на который действует центробежная сила от эксцентрика, вращающегося на валу электродвигателя. Расчетная схема стержня имеет следующий вид.

Все элементы стержня $N = 21$ одинаковых размеров.

Размер стержня: $d = 0,003 \text{ м}$; $L = 0,3 \text{ м}$.

Момент инерции: $J_k = \frac{\pi \cdot d^4}{64} \text{ м}^4$.

Длины элементов: $LL_k = \frac{L}{N} \text{ м}$.

Площади сечений: $A_k = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \text{ м}^2$.

Свойства стали 65Г:

плотность: $\rho_k = 7810 \text{ кг/м}^3$;

модуль упругости: $E_k = 215 \cdot 10^9 \text{ МПа}$;

модуль жесткости: $G = 81 \cdot 10^9 \text{ МПа}$.

Угол наклона оси элементов: $\alpha_k = 0$.

На свободном конце стержня предполагаем действие сосредоточенной силы от массы шупа измерительного приспособления:

$$F = 9,81 \cdot 0,005 = 0,04905 \text{ Н}.$$

Масса элементов: $m_k = \rho_k \cdot A_k \cdot LL_k \text{ кг}$.

Представленный стандартный стержневой элемент имеет шесть степеней свободы.

Для стержневых элементов были построены стандартные расчетные матрицы:

а) матрица направляющих косинусов:

$$L_k = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_k) & \sin(\alpha_k) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\alpha_k) & \cos(\alpha_k) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha_k) & \sin(\alpha_k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin(\alpha_k) & \cos(\alpha_k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

б) матрица жесткости элементов:

$$KE_k = \begin{bmatrix} \frac{E_k \cdot A_k}{LL_k} & 0 & 0 & -\frac{E_k \cdot A_k}{LL_k} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 \cdot E_k \cdot J_k}{(LL_k)^3} & \frac{6 \cdot E_k \cdot J_k}{(LL_k)^2} & 0 & \frac{-12 \cdot E_k \cdot J_k}{(LL_k)^3} & \frac{6 \cdot E_k \cdot J_k}{(LL_k)^2} \\ 0 & \frac{6 \cdot E_k \cdot J_k}{(LL_k)^2} & \frac{4 \cdot E_k \cdot J_k}{LL_k} & 0 & \frac{-6 \cdot E_k \cdot J_k}{(LL_k)^2} & \frac{2 \cdot E_k \cdot J_k}{LL_k} \\ -\frac{E_k \cdot A_k}{LL_k} & 0 & 0 & \frac{E_k \cdot A_k}{LL_k} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 \cdot E_k \cdot J_k}{(LL_k)^3} & \frac{-6 \cdot E_k \cdot J_k}{(LL_k)^2} & 0 & \frac{12 \cdot E_k \cdot J_k}{(LL_k)^3} & \frac{-6 \cdot E_k \cdot J_k}{(LL_k)^2} \\ 0 & \frac{6 \cdot E_k \cdot J_k}{(LL_k)^2} & \frac{2 \cdot E_k \cdot J_k}{LL_k} & 0 & \frac{-6 \cdot E_k \cdot J_k}{(LL_k)^2} & \frac{4 \cdot E_k \cdot J_k}{LL_k} \end{bmatrix};$$

в) матрица масс элементов:

$$M_k = m_k \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13}{35} & \frac{11 \cdot LL_k}{210} & 0 & \frac{9}{70} & \frac{-13 \cdot LL_k}{420} \\ 0 & \frac{11 \cdot LL_k}{210} & \frac{(LL_k)^2}{105} & 0 & \frac{13 \cdot LL_k}{420} & \frac{-(LL_k)^2}{140} \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{70} & \frac{13 \cdot LL_k}{420} & 0 & \frac{13}{35} & \frac{-11 \cdot LL_k}{210} \\ 0 & \frac{-13 \cdot LL_k}{420} & \frac{-(LL_k)^2}{140} & 0 & \frac{-11 \cdot LL_k}{210} & \frac{(LL_k)^2}{105} \end{bmatrix}.$$

Результаты решения задачи показали, что для описания формы стержня достаточно четырех участков по его длине.

Выводы

1. Предложен и разработан численный алгоритм нахождения собственных частот колебаний стержня, являющегося важнейшим конструктивным элементов рабочих органов колосниковых грохотов.

2. На основании численного примера определены показательные зоны форм колебаний, исследование которых позволяет подбирать частоты вынужденных колебаний вибрирующих устройств.

Список литературы

1. Филиппов А. П. Колебания деформируемых систем / Филиппов А. П. – М. : Машиностроение, 1970. – 736 с.
2. Халфман Р. Л. Динамика / Халфман Р. Л. – М. : Наука, 1972. – 568 с.
3. Прочность. Устойчивость. Колебания : Справочник в 3-х томах. Том. 3 / Под ред. И. А. Биргера и Я. Г. Пановко. – М. : Машиностроение, 1968. – 568 с.
4. Бабенко А. Е. Применение и развитие метода поординатного спуска в задачах определения напряженно-деформированного состояния при статических и вибрационных нагрузениях / Бабенко А. Е. – К. : 1996. – 95 с.

Одержано 12.12.20011

Кадильникова Т.М., Криворучко О.М., Силіна Н.О., Кадильников С.В. Визначення власних частот згинальних коливань робочих органів колосникових грохотів

У статті розглянуто актуальну наукову прикладну задачу, суть якої полягає у розробці універсального чисельного методу визначення власних частот коливань стрижневих елементів робочих органів колосникових грохотів. Запропонований метод дозволить у подальшому добирати частоти вимушених коливань віброуючого обладнання у грохотах.

Ключові слова: власні частоти; стрижневий елемент; колосникові грохоти.

Kadilnikova T., Krivoruchko A., Silina N., Kadilnikov S. Determining own frequency oscillations of working bodies pillars including bar screens

Current scientific applied task, the essence of which is to develop a universal numerical method for determining their own frequency oscillations of working bodies pillars including bar screens was described. The proposed method gives later possibilities to select the frequency of forced oscillation vibrating device screens.

Key words: own frequency; pillars; bar screens.

УДК 531.1; 621.01

Канд. техн. наук Л. М. Мартовицький, Б. М. Кутепов, Ю. С. Курлаєва,
Д. О. Мельник, А. В. Дубов

Національний технічний університет, м. Запоріжжя

ВАЖІЛЬНИЙ ПРИВІД ДЛЯ ДІЛИЛЬНИХ СТОЛІВ

Запропоновано Sin-привід як рушій до 8-позиційного ділильного роторного столу автоматизованої лінії збирання-зварювання автомобільних коліс. Розроблена аналітична функція положення шарнірної точки столу, як залежність від структури та розмірів приводу. Доведено, що під час робочого пуску завантаженого столу надмірність пускового моменту компенсується збільшенням передаточним числом, яке є функцією від структури Sin-приводу.

Ключові слова: роторний ділильний стіл, Sin-привід, передаточне число, функція положення, структурна схема, замкнені векторні контури.

Останнім часом здійснюється наукова робота з досягнення абсолютної керованості динамічних процесів, особливо це важливо при перехідних процесах розгону-гальмуванні руху великих мас. Ці явища мають місце при розгоні-гальмуванні швидкісних пасажирських ліфтів та цивільного транспорту, механізмів підйому вантажопідйомних кранів, механізмів роторних та ковшових кар'єрних екскаваторів, пасажирських ескалаторів, конвеєрів тощо. Надмірні перевищення пускових моментів в приводах при перехідних процесах зазвичай виводять з ладу двигуни.

Здебільшого регулювання та керування функціями розгону та гальмування в приводах важких та потужних машин, особливо пов'язаних з переміщенням пасажирів, здійснюється автоматичними системами, що не завжди досягається просто та з незначними витратами коштів. Одним із способів досягнення керованості динаміки приводів є використання важільно-сінусних, або просто Sin-приводів. Sin-приводи можуть знайти застосування в конструкціях чотирьохопорного крокуючого ходу кар'єрних екскаваторів, приводах крокуючих

конвеєрів, приводах різних ділильних та поворотних столів автоматизованих роторних ліній тощо.

На виробничому об'єднанні АвтоЗАЗ була створена автоматична лінія для збирання-зварювання автомобільних коліс, основою якої був роторний ділильний стіл з Sin-приводом. Конструкцією роторів та приводу передбачено переміщення столу на 4, 6, 8 позицій за один оберт. Схему роторно-ділильного столу приведено на рис. 1.

Гідроциліндр 1 закріплено шарнірно до корпусу 8. Він приводить у коливання двоплечий важіль 2, який через шатун 3 передає рух ламаному важелю 4-5, що зв'язаний з корпусом стола шарнірно одним плечем 4, іншим плечем 5 – з платформою 6. Поворотна платформа зв'язана з планшайбою 9 роторного столу через палець гідрозамка 11. На платформі 9 закріплені ротори 13 із колесами 14, які збираються за допомогою зварювання. Ротори кінематично зв'язані з нерухомою колоною 7 через зубчасті конічні зачеплення 12.

При прямому русі штока привідного циліндра 1 двоплечий важіль 2 коливається та приводить до руху