УДК 621.001.63

Д-р техн. наук Т. М. Кадильникова, И. Л. Шинковская, И. П. Заец, С. В. Кадильников

Национальная металлургическая академия Украины, г. Днепропетровск

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ СОСТОЯНИЕМ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

Построена математическая модель управления состоянием машин и механизмов, учитывающая измерения структурных параметров в различных единицах и особенности их взаимодействия. Предложена численная реализация задачи управления состоянием, допускающая коррекцию структурных параметров и определение моментов диагностических замеров.

Ключевые слова: *модель управления; структурные параметры; диагностические замеры.*

Введение

В настоящее время годовой ущерб, наносимый только черной металлургии в результате низкой стойкости машин и механизмов и недостаточностью их сроков службы, составляет 16–20 % расходов на содержание всего металлургического оборудования отрасли [1]. Перспективным направлением с точки зрения сокращения затрат на содержание оборудования является оптимизация их сроков службы, которые находятся в прямой зависимости от совершенствования конструирования, выбора эффективных конструкционных материалов, технологии изготовления, значительного снижения эксплуатационных затрат и простоев оборудования. Значительная роль при этом отводится обеспечению своевременной диагностики машин, их основных узлов и механизмов.

В процессе эксплуатации различных машин и механизмов на предприятиях накапливается значительный объем информации. Зачастую информация поступает периодически и носит разрозненный характер, что не дает возможности получать целостное и объемное представление о состоянии машины или механизма на данный момент времени. Кроме того, информация не систематизирована. Для того, чтобы все это учесть, необходимо разработать программно-аппаратные комплексы оценки технического состояния, наиболее перспективные из которых основаны на применении математического моделирования при построении алгоритмов управления состоянием объекта.

В настоящее время в современных системах управления при накоплении значительных объемов информации широко используют банки данных и применяют управляющие алгоритмы [2–4]. Это значительно повышает эффективность производства и сокращает время для оперативного принятия управленческих решений. В [5] описываются подходы к компьютеризированному поиску в процессе диагностирования технически правильного решения по дальнейшему использованию машины, основанные на научно обоснованном альтернативном выборе и стыковки различных механизмов. Анализ современных публикаций показывает, что большинство из них направлены на решение отдельных технических вопросов повышения безопасной эксплуатации.

Несмотря на то, что в последнее время наработан значительный научно-теоретический и методический потенциал в области разработки программно-аппаратных методов и средств управления сложными техническими системами и объектами, все же комплексных и согласованных исследований, практических процедур, инструментов, связанных с управлением состоянием машин и механизмов еще не проводилось. Ни один из существующих методов управления и контроля технического состояния не обеспечивает полного выявления всех дефектов и отказов, возникающих в процессе эксплуатации. Поэтому возникает необходимость в осуществлении процедур управления техническим состоянием машин и механизмов на протяжении длительной эксплуатации.

Материалы и методика исследований

При построении математических моделей состояния машин и механизмов допустимая степень упрощения модели определяется условиями функционирования всей системы. Простейшую математическую модель состояния машин и механизмов можно описать дифференциальным уравнением первого порядка [6]:

$$\tau \cdot x + x = \sum y_i \,, \qquad (1)$$

где x – выходная переменная элемента; τ – постоянная времени; y_i – i-я входная возмущающая переменная.

Исходные данные, заключенные в коэффициентах уравнения (1), в общем случае являются случайными величинами или случайными функциями. Для учета случайного характера всех параметров системы необходимо использовать метод статистических испытаний, путем многократного последовательного проведения расчетов при различных сочетаниях случайных величин. Метод статистических испытаний требует большого объема экспериментальных данных, так как применяется и для решения задач идентификации – формирования математической модели по результатам экспериментальных исследований.

Задача управления сводится к контролю за состоянием машины или механизма U, если известны значения каждого из структурных параметров: контролепригодности Q_i, износостойкости S_j, надежности L_k, метрологического показателя γ_m, т. е. задано n - мерное признаковое множество $U = U(Q_i, S_j, L_k, \gamma_m)$, $(n = I + j + k + m)$. Поскольку структурные параметры могут измеряться в различных единицах и меняться в разных диапазонах, то приобретает большое значение моделирование их взаимодействий.

Теория и анализ полученных результатов

Пусть изменение структурных параметров объекта на временном интервале T обследования может быть представлено моделью вида:

$$x(t) = a^T \cdot u(t) + h(t), t \in T, \tag{2}$$

где $a^T = \{a_j\}_{j=0}^{n}$ – набор случайных коэффициентов; $u(t) = \{u_j(t)\}_{j=0}^{n}$ – непрерывные детерминированные функции, характеризующие изменение структурных параметров машины или механизма во времени; $h(t)$ – ошибка модели, определяемая как функция погрешности измерений структурных параметров:

$$|h(t)| \le f(t), \tag{3}$$

где $f(t)$ – заданная функция.

Представление (2) можно рассматривать как некоторое разложение $x(t)$ по координатному базису $\{u_j(t)\}_{j=0}^{n}$, образующему на интервале T систему функций Чебышева. Реализация случайного процесса наблюдается на интервале $T_p \subset T$ с аддитивной ошибкой $e(t)$. Наблюдения образуют последовательность $z = \{z(t_k)\}_{k=1}^{p}$, $t_k \in T_p \subset T$. Вероятностные свойства $l(t)$ не определены, а известно только, что

$$|e(t_k)| \le C(t),\ t_k \in T_p \subset T, \tag{4}$$

где $C(t)$ – заданная функция.

Модель (2), ограничения (3), (4) на погрешности и изменения составляют исходные сведения для решения задач управления. Ограниченность и неопределённость этих сведений, в частности отсутствие достоверных сведений о вероятностных характеристиках возмущающих факторов, затрудняет получение оценок $x(t)$, $t \in T$ с использованием известных статистических методов. Пусть в зависимости (2) модельные ошибки отсутствуют. Тогда выражение (2) принимает вид:

$$x(t) = a^T \cdot u(t), \quad t \in T. \tag{5}$$

Предположим, что возможен непрерывный контроль $x(t)$, в результате которого получена реализация $z(t)$ на интервале $T_p \subset T$. Тогда с учетом соотношений (3) можно записать:

$$z(t) - c(t) \le x(t) \le z(t) + c(t), \quad t \in T_p \subset T. \tag{6}$$

Если функции $x(t)$ образуют на интервале T систему Чебышева, то максимальными реализациями будут экстремальные полиномы Карлина $x(t)^-$ и $x(t)^+$. Кривые $x(t)^-$ и $x(t)^+$ образуют для $t \in T$ конус состояния, в котором гарантированно находится действительная реализация процесса (6). Пусть состояние машины или механизма определяется состоянием контролируемого дискретного выходного параметра $x(t)$:

$$A(t) \le x(t) \le B(t),$$

где $A(t)$ и $B(t)$ – соответственно нижняя и верхняя границы допустимых изменений параметров.

Необходимо определить моменты контроля и коррекции параметра, при которых гарантируется его нахождение в области допустимых значений в течение времени обследования $[0;T]$. При этом необходимо стремится к тому, чтобы число контрольных замеров и коррекции было по возможности минимальным. Пусть дискретно контролируемый параметр системы $x(t)$, определяющий в процессе обследования состояние, изменяется монотонно (монотонно возрастает). Допустимая область изменения $x(t)$ задана соотношением $0 \le x(t) \le D$, где D – верхняя граница допуска на параметр. Параметр контролируется в дискретные моменты с интервалом Δt ($i = 0,1,2...$). Управление системой осуществляется в моменты контроля посредством возвращения в нулевое состояние при нахождении в пределах допуска и остановки в момент выхода параметра за границу D. Приращения параметра $x(t)$ по шагам контроля $\xi_i (i = 1,2..)$ представляют собой независимые функции, имеющие общую функцию распределения $F(x)$. Предположим, в момент контроля t_{p-1} известны все приращения процесса $x(t)$, и процесс находится ниже уровня D. Функция распределения в этом случае принимает вид:

$$F(x) = \begin{cases} \dfrac{C}{t_p}, если\ t_p, < t_z \\ \dfrac{C+A}{t_p}, если\ t_p \ge t_z \end{cases},$$

где C – время, затраченное на управление параметром $x(t)$, если он не вышел за допустимый уровень D, $C+\delta$ – время на регулировку вышедшего за допуск параметра $x(t)$ (δ – дополнительное время); t_p – p-й момент контроля; t_z – момент выхода параметра за уровень D.

Пусть по результатам p контрольных изменений строятся экстремальные реализации $x^{-}(t)$ и $x^{+}(t)$, $t > t_p$. Пересечения экстремальных реализаций с границами области допустимых значений параметра $A(t)$ и $B(t)$ определяют моменты времени T_A и T_B, минимальный из которых целесообразно принять за момент очередного $(p+1)$-го контроля:

$$t_{p+1} = \min\{T_A, T_B\}.$$

Моменты времени T_A и T_B находятся решением уравнений:

$$x(t)^{-} = A(t) \text{ и } x(t)^{+} = B(t).$$

В момент времени t_{p+1} выполняется очередное измерение параметра, результат которого z_{p+1} используется для расчётов параметров новых экстремальных реализаций. Определяется очередной промежуток времени, в течение которого параметр не выйдет за допустимые пределы. Если этот промежуток окажется меньше некоторого, наперёд заданного, минимально целесообразного времени эксплуатации $t^{\min}$ $(t_{p+2} - t_{p+1} < t^{\min})$, то в момент времени t_{p+1} следует произвести профилактическую коррекцию параметров $x(t)$. В этом случае задача управления системой состояний принимает вид:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t), \tag{7}$$

где $\dot{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t))$ – n-мерный вектор пространства состояний X;

$u(t) = (u_1(t), u_2(t), ..., u_m(t))$ – m-мерный вектор пространства управлений U.

Управление состоянием машины или механизма состоит в минимизации функционала

$$J = \int_{T_A}^{T_B} L(x(t), u(t), t)dt \tag{8}$$

на множестве решений системы дифференциальных уравнений (7) с условиями

$$x(t_0) = x_0 \qquad x(t_1) = x_1. \tag{9}$$

Поставленная задача эквивалентна следующей задаче оптимального управления [7]: для заданной динамической системы, описываемой дифференциальным уравнением вида:

$$a_0 y'' + a_1 y' + a_2 y = w(y, v_\lambda) \tag{10}$$

минимизировать следующий критерий качества

$$J = \int_0^T \varphi(v_\lambda(t))dt, \tag{11}$$

при наличии ограничений $y(t) \le Y$, (12)

и условий
$$\begin{aligned} y\big|_{t=0} &= y_0, & y'\big|_{t=0} &= y_0'; \\ y\big|_{t=T} &= y_1, & y'\big|_{t=T} &= y_1'. \end{aligned} \tag{13}$$

где $y(t)$ – вектор фазовых состояний; $v_\lambda \in V$ – n-мерный вектор управлений; V – пространство управлений.

К решению задачи оптимального управления применим метод динамического программирования в дискретной форме [8]. Предположим, что минимизация (11) на отрезке $[0, T]$ представляет собой N-шаговый процесс принятия решений, продолжительность шага которого равна τ, так что $N \cdot \tau = T$.

Пусть $$f(y(t)) = \min_{v_\lambda} \int_0^T \varphi(v_\lambda(t))dt - \tag{14}$$

минимальное значение критерия качества (11) в предположении, что используется оптимальное управление и начальное состояние описывается вектором $y(t)$. Тогда применяя принцип оптимальности Р. Беллмана [7] к многошаговым процессам управления, получим систему функциональных уравнений динамического программирования

$$\begin{aligned} & f_k(y_k, y_k') = \min_{v_{\lambda_k}}\{\varphi(v_{\lambda_k}) + f_{k-1}(y_{k-1}, y_{k-1}')\}; \\ & k = 2,3,...,N; \\ & f_1(y_1, y_1') = \varphi(v_{\lambda_1}) \cdot \tau, \end{aligned} \tag{15}$$

в которых y_k, y_k' удовлетворяют дифференциальному уравнению (10) с краевыми условиями (13), причем

$$y_{k-1} = y_k + \tau \cdot y_k', \; y_{k-1}' = y_k' + \tau \cdot w(y_k, v_{\lambda_k}). \tag{16}$$

Таким образом, получена система функциональных уравнений (15)–(16), которая в дальнейшем может быть решена приближенно с реализацией на ПЭВМ.

Выводы

1. Построена математическая модель управления состоянием машин и механизмов, учитывающая измерения структурных параметров в различных единицах и особенности их взаимодействия в условиях длительной эксплуатации.

2. Предложена численная реализация задачи управления состоянием, допускающая коррекцию структурных параметров и определение моментов диагностических замеров.

3. Управление состоянием машины или механизма состоит в минимизации функционала на множестве решений системы дифференциальных уравнений с начальными условиями и сводится пошагово к системе функциональных уравнений динамического программирования, которая в дальнейшем может быть решена приближенно с реализацией на ПЭВМ.

Список литературы

1. Белошапка А. И. Повышение сроков службы деталей и машин / А. И. Белошапка, М. В. Малахов, В. А. Белошапка //Черная металлургия. – 1990. – № 11. – С. 34–43.
2. Хип Х. Контроль состояния машин и агрегатов / Хип Х. // Schweizer Maschinenmarkt. – 1982. – № 44. – С. 48–52.
3. Маки С. Цели и содержание технологии диагностики оборудования / Маки С. // Пуранто эндзиниа. – 1980. – № 4. – С. 44–49.
4. Состояние и тенденции развития средств мониторинга производственного оборудования / Jones B. E. // Cond. Monit. And Diag. Eng. Manag. Proc. COMMADEM 90. – London etc., 1990. – P. 8–11.
5. Kinzinger K. Di Losung von Bewegungsaufgaben – ein Objekt wissenbasierter Rechnerunterstutzung / K. Kinzinger, W. Funk // Neue Meth. und Konzepte Los. Getrebetechn. – Fellbach, 1992. – N 958. – P. 51–72.
6. Бендат Дж. Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат, А. Пирсол. – М. : Мир, 1989. – 540 с.
7. Новицкий П. В. Оценка погрешности результатов измерений / П. В. Новицкий, И. А. Зограф. – Л. : Энергоатомиздат, 1991. – 304 с.
8. Беллман Р. Динамическое программирование / Беллман Р. // М. : Изд-во Иностранная литература, 1960. – 364 с.

Одержано 12.12.2011

Кадільнікова Т.М., Шінковская І.Л., Заєць І.П., Кадільніков С.В. Математична модель управління станом машин і механізмів

Побудовано математичну модель управління станом машин та механізмів, яка обраховує вимірювання структурних параметрів у різних одиницях та особливості їх взаємодії. Запропонована чисельна реалізація, яка корегує структурні параметри та визначення моментів діагностичних замірів.

Ключові слова: *модель управління; структурні параметри; діагностичні заміри.*

Kadilnikova T., Shinkovskaya I., Zayets I., Kadilnikov S. Mathematical model of machines and mechanisms state management

Mathematical model of machines and mechanisms state management, taking into account the measurement of structural parameters in various units and their interaction was built. Numerical realization of state management tasks, allowing the correction of the structural parameters and defining moments of diagnostic measurements was proposed.

Key words: *state management; structural parameter; diagnostic measurements.*

УДК 621.923

Ю. Н. Любимый

Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ КАВИТАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ ПО ХАРАКТЕРИСТИКАМ ШУМА

В работе предложена методика определения интенсивности кавитационных процессов в жидкой среде по характеристикам шума. Разработана математическая модель и получена формула для определения мощности акустических колебаний. Построена 3D-модель поверхности, характеризующая зависимость уровня и частоты шума от перепада давления на кавитаторе.

Ключевые слова: *кавитационный шум, кавитатор, уровень шума, давление, частота, жидкое смазочно-охлаждающее технологическое средство, проточный стенд, гидродинамическая кавитация.*