

УДК 62-233.3/9

Попович О. Г. канд. техн. наук, доцент кафедри механіки Національного університету “Запорізька політехніка”, м. Запоріжжя, Україна, e-mail: machinesmechanics@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4959-8838

Шевченко В. Г. канд. техн. наук, доцент, завідувач кафедри механіки Національного університету «Запорізька політехніка», м. Запоріжжя, Україна, e-mail: shevawk@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9037-6367

КОРИГУВАННЯ ПАРИ ЦИЛІНДРИЧНИХ КОСОЗУБИХ КОЛІС ДЛЯ ЗМЕНШЕННЯ ЗНОШУВАННЯ ЕВОЛЬВЕНТНИХ ПОВЕРХОНЬ ЗУБІВ

Мета роботи. Створити методику визначення коефіцієнтів зміщення твірної рейки, за яких під час роботи косозубої циліндричної передачі буде мінімальною сума швидкостей зношування евольвентних поверхонь на спряжених ділянках, розташованих в околі верхніх і нижніх активних точок профілів зубів ведучого та веденого коліс.

Методи дослідження базуються на комплексному застосуванні теорії евольвентної зубчастої передачі та закономірностей трибології; для визначення кореня нелінійного рівняння було застосовано відомий в обчислювальній математиці метод січних.

Отримані результати. Створено методику визначення раціональних значень параметрів коригування для коліс косозубої циліндричної передачі, при яких буде максимальною тривалість роботи цієї передачі до того часу, коли найбільша сума товщин зношеного шару на спряжених ділянках активних поверхонь зубів досягне гранично допустимого значення. Наведено приклад застосування цієї методики у проектувальному розрахунку косозубої циліндричної передачі.

Наукова новизна. Розроблено розрахункову модель для визначення суми товщин зношеного шару на найбільш підданих до зношування спряжених ділянках активних поверхонь зубів пари циліндричних косозубих коліс. Складено рівняння, що пов'язує такі значення коефіцієнтів зміщення твірної рейки для ведучого та веденого косозубих коліс, які мінімізують величину найбільшої серед сум швидкостей зношування на зазначених ділянках поверхонь зубів. Розв'язання цього рівняння чисельним методом для косозубої передачі зі стандартною міжосьовою відстанню дозволяє отримати раціональні значення параметрів коригування цих коліс.

Практична цінність. Створену методику визначення коефіцієнтів зміщення твірної рейки доцільно застосовувати при проектуванні косозубих циліндричних передач для машин і обладнання, що функціонують в умовах, за яких неможливо повністю захистити зону зачеплення зубів від потрапляння абразивних часток.

Ключові слова: евольвентна зубчаста передача, циліндричне косозубе колесо, зношений шар, коефіцієнт зміщення твірної рейки.

Вступ

Циліндричні евольвентні зубчасті передачі широко використовуються у різних галузях техніки для передавання обертального руху між валами, геометричні осі яких паралельні між собою, з перетворенням основних параметрів руху: кутової швидкості, обертального моменту та напрямку обертання. Порівняно з прямозубими передачами, косозубі евольвентні передачі характеризуються більшою плавністю зачеплення, що знижує додаткові динамічні навантаження на зуби коліс і деталі приводу. Крім цього, за однакових габаритних розмірів навантажувальна здатність косозубої циліндричної передачі є вищою, оскільки у неї сумарна довжина контактних площадок більша, ніж у прямозубої передачі під час однопарного зачеплення.

При проектувальному розрахунку зубчастої передачі необхідно науково обґрунтовано визначити її геометричні параметри для того, щоб при заданих умовах роботи ця передача мала високу довговічність.

Зубчасті передачі багатьох будівельних, гірничих, сільськогосподарських і транспортних машин функціонують в умовах, коли неможливо повністю захистити зону зачеплення коліс від потрапляння абразивних часток. Такі передачі мають відповідати не тільки критеріям опору до контактних руйнувань, до згинальних руйнувань зубів коліс, а ще і критерію стійкості зубів до зношування.

Основними геометричними параметрами, які потрібно визначити під час проектування циліндричної косозубої передачі, є: міжосьова відстань a_w , ширина b_w зубчастих вінців, нормальний модуль m_n зачеплення, кут β нахилу гвинтової лінії зуба на ділительних циліндрах коліс, числа зубів z_1 і z_2 , а також параметри коригування – коефіцієнти x_1 та x_2 зміщення твірної рейки для ведучого та веденого коліс.

Аналіз досліджень та публікацій

Розрахункову міжосьову відстань a_w^{calc} закритої косозубої передачі із зовнішнім зачепленням коліс зазвичай визначають за формулою, яку виведено з умови контактної витривалості зубів коліс [1]. Початковими даними для розрахунку за цією формулою є: значення обертального моменту T_2 (якщо він постійний) на веденому валу або циклограма навантаження, передаточне відношення зубчастій передачі, а також допустиме напруження у розрахунку на контактну витривалість для активних поверхонь зубів. Крім цього, керуючись рекомендаціями щодо проектування зубчастих передач [1, 2], конструктор має прийняти значення коефіцієнта ψ_{ba} ширини зубчастих вінців відносно міжосьової відстані. Це значення обирають залежно від розташування пари коліс відносно опор валів передачі з урахуванням твердості робочих поверхонь зубів, тоді ширина зубчастих вінців $b_w = \psi_{ba} \cdot a_w$.

Існує також формула для розрахунку мінімально необхідного модуля зачеплення [2], яку виведено з умови згинальної витривалості зубів коліс. Але зазвичай під час проектування нормальний модуль зачеплення розраховують як $m_n = b_w / \psi_{bm}$, причому коефіцієнт ψ_{bm} беруть у залежності від твердості поверхневого шару зубів і відомостей про жорсткість валів та їхніх опор, керуючись рекомендаціями з практики експлуатації зубчастих передач [2].

Кут β нахилу гвинтової лінії зуба на ділильних циліндрах коліс доцільно призначити таким чином, щоб коефіцієнт осьового перекриття ε_β дорівнював або був близьким за значенням до натурального числа. Для цього величину кута β розраховують [3] за формулою:

$$\beta = \arcsin(\pi \cdot m_n \cdot \varepsilon_\beta / b_w). \quad (1)$$

Якщо коефіцієнт ε_β дорівнює натуральному числу, тоді сумарна довжина L_{cont} контактних площадок залишається постійною під час зачеплення, що сприяє зниженню динамічних навантажень у косозубій передачі. Довжина L_{cont} визначається [4] за формулою:

$$L_{cont} = \varepsilon_\alpha \cdot b_w / \cos \beta_b, \quad (2)$$

де ε_α – коефіцієнт торцевого перекриття; β_b – кут нахилу гвинтової лінії зуба на основних циліндрах зубчастих коліс.

Якщо значення ε_β не є натуральним числом, то сумарна довжина контактних площадок плавно змінюється під час зачеплення між її мінімальним L_{min} і максимальним L_{max} значеннями, різниця між

якими тим більша, чим більше ε_β відрізняється від найближчого цілого числа.

Розрахункове число зубів z_1^{calc} ведучого колеса косозубої передачі із зовнішнім зачепленням визначають [3] за формулою:

$$z_1^{calc} = \frac{2 \cdot a_w \cdot \cos \beta}{(|i_{12}| + 1) \cdot m_n}, \quad (3)$$

де $i_{12} = \omega_1 / \omega_2$ – передаточне відношення; ω_1 і ω_2 – кутові швидкості ведучого та веденого зубчастих коліс.

Фактичне число зубів z_1 ведучого колеса отримують округленням z_1^{calc} до найближчого меншого натурального числа; тоді число зубів веденого колеса $z_2 = z_1 \cdot |i_{12}|$.

У монографії [5] для розрахунку товщини $h_{n\lambda}$ зношеного шару в довільній точці на активному профілі зуба подано вираз:

$$h_{n\lambda} = k_q \cdot I_\lambda \cdot 2 \cdot s_{cont} \cdot \theta_\lambda \cdot \nu_\lambda \cdot t, \quad (4)$$

де k_q – число однакових зубчастих коліс, які перебувають у зачепленні з розглядуваним колесом; I_λ – інтенсивність лінійного зношування (середня по ширині площадки контакту); s_{cont} – півширина площадки контакту зубів коліс; θ_λ – питоме ковзання у розглядуваній точці евольвентного профілю зуба; ν_λ – число обертів зубчастого колеса за одну секунду; t – тривалість роботи передачі в секундах.

Символ λ в нижньому індексі біля фізичної величини позначає зубчасте колесо, до якого має відношення ця величина ($\lambda = 1$ – ведуче, $\lambda = 2$ – ведене колесо). Символ n на початку нижнього індексу означає, що товщина $h_{n\lambda}$ вимірюється вздовж нормалі до поверхні зуба (між цією поверхнею у початковий момент і в момент часу t після початку роботи передачі) у системі координат, яка жорстко зв'язана з косозубим колесом.

Згідно результатів експериментальних досліджень, які наведено у джерелі [6], середня по ширині площадки контакту зубів коліс інтенсивність зношування є прямо пропорційною найбільшому нормальному напруженню σ_H на цій площадці:

$$I_\lambda = k_{Imt} \cdot \sigma_H / H_{B\lambda}, \quad (5)$$

де $H_{B\lambda}$ – твердість поверхневого шару матеріалу, яку

виражено у тих самих одиницях вимірювання, що і напруження σ_H ; k_{Int} – коефіцієнт пропорційності, який враховує шорсткість поверхонь зубів коліс, адсорбційні властивості мастильного матеріалу та його в'язкість (значення k_{Int} не залежить від величини σ_H , воно однакове для обох коліс косозубої передачі для будь-якої ділянки активної поверхні зубів).

Питомі ковзання θ_1 і θ_2 визначають [3] таким чином:

$$\theta_\lambda = V^{sl} / V_\lambda^{pr}, \quad (6)$$

де V^{sl} – швидкість ковзання між евольвентними профілями зубів ведучого та веденого коліс у розглядуваний момент зачеплення; V_λ^{pr} – швидкість, з якою точка дотику профілів зубів переміщується вздовж профілю зуба колеса λ під час зачеплення.

Автори роботи [7] у своїй методиці розрахунку довговічності циліндричної косозубої передачі за критерієм сумарного зношування замінили розрахунок геометричних параметрів косозубих коліс на обчислення основних геометричних параметрів еквівалентних їм прямозубих коліс. Ця заміна передбачає рівність радіуса діляльного циліндра еквівалентного прямозубого колеса радіусу кривизни перерізу діляльного циліндра косозубого колеса площиною, яка утворює з віссю циліндра кут $(90^\circ - \beta)$, а також рівність нормальних модулів цих коліс. Але такий підхід не дає можливості коректно врахувати вплив коефіцієнтів зміщення твірної рейки для косозубих коліс на всі геометричні та кінематичні характеристики зачеплення, а тому і на зношування зубів.

У роботах [8] і [9] розроблено методику розрахунку довговічності для циліндричних прямозубих і косозубих, некоригованих і коригованих передач за критерієм досягнення певної товщини зношеного шару. У цій методиці для швидкостей переміщення ділянки площадки контакту вздовж евольвентних профілів зубів автори приймали постійне значення, яке відповідає точкам на діляльних циліндрах зубчастих коліс. Насправді ж ці швидкості залежать від кута профілю евольвенти, тобто від місця розташування розглядуваної ділянки площадки контакту на бічній поверхні зуба. Крім того, автори робіт [8] і [9] для обчислення сумарної довжини контактних площадок множили її мінімальне значення на число пар зубів, які перебувають у зачепленні, хоча такий підхід придатний тільки для прямозубої передачі.

У нашій роботі [10] створено методику розрахунку таких значень коефіцієнтів зміщення твірної контуру для ведучого та веденого коліс реверсивної прямозубої передачі, які мінімізують величину більшої серед сум товщин зношеного шару на ділянках, розташованих в околі спряжених крайніх

активних точок профілів зубів цих коліс. Ця методика дозволяє знизити темп зростання бокового проміжку між зубами у зачепленні внаслідок зношування, що сприяє зменшенню динамічних навантажень у реверсивній прямозубій передачі.

У перерізах циліндричної косозубої передачі різними площинами, що перпендикулярні до осей зубчастих коліс, евольвентні профілі їхніх зубів у кожний момент часу дотикаються точками, положення яких визначаються різними значеннями кута профілю евольвенти. Питомі ковзання θ_1 і θ_2 (що є залежними від кута профілю евольвенти) монотонно зростають від нуля в точках на початкових циліндрах до значень θ_{ded1} і θ_{add1} , θ_{ded2} і θ_{add2} у нижніх активних точках евольвентних профілів зубів і в точках на циліндрах вершин ведучого та веденого коліс відповідно. Звідси з урахуванням формули (4) випливає, що зношування поверхонь гвинтових (тобто косих) зубів на ділянках, розташованих біля вершин і біля нижніх активних точок відбувається швидше, ніж на ділянках, близьких до початкових циліндрів. Це підтверджується як досвідом експлуатації зубчастих передач [4], так і результатами ітераційного чисельного моделювання процесу зношування, які було отримано авторами статей [11] та [12].

Тому при роботі косозубої передачі це явище буде призводити до підвищення інтенсивності питомих зусиль на тих ділянках гвинтових евольвентних поверхонь, які близькі до початкових циліндрів коліс. Зазначені процеси проявлятимуться тим сильніше, чим більших величин досягатимуть суми товщин зношеного шару $(h_{nded1} + h_{nadd2})$ і $(h_{nded2} + h_{nadd1})$ на спряжених ділянках активних поверхонь зубів, де h_{nded1} , h_{nded2} і h_{nadd1} , h_{nadd2} – товщини зношеного шару в нижніх активних точках профілів зубів і в точках у вершин зубів ведучого та веденого коліс відповідно.

Наведені вище міркування дозволяють дійти висновку, що для підвищення тривалості роботи до настання граничного стану у косозубої передачі, в якій зона зачеплення зубів коліс не захищена надійно від потрапляння абразивних часток, доцільно обмежувати швидкості зростання з часом саме для сум товщин $(h_{nded1} + h_{nadd2})$ і $(h_{nded2} + h_{nadd1})$.

Мета роботи

Мета даної роботи – створити методику визначення коефіцієнтів χ_1 та χ_2 зміщення твірної рейки, за яких під час роботи косозубої передачі буде мінімальною сума швидкостей зношування на спряжених ділянках евольвентних поверхонь зубів пари циліндричних косозубих коліс.

Матеріал і методика досліджень

Активна поверхня зуба косозубого колеса є евольвентною гвинтовою поверхнею. Лінією

перетину цієї поверхні з площиною, що перпендикулярна до осі зубчастого колеса, є евольвента його основного кола. Лінією перетину цієї поверхні з циліндричною поверхнею, що співвісна косоозубому колесу, є гвинтова лінія. При цьому кути нахилу гвинтових ліній зубів у косоозубих колесах, які перебувають у зачепленні одне з одним, є однаковими на однойменних циліндрах: основних ($\beta_{b2} = \beta_{b1} = \beta_b$), ділільних ($\beta_2 = \beta_1 = \beta$) і початкових ($\beta_{w2} = \beta_{w1} = \beta_w$).

За відсутності передавання зусиль евольвентні гвинтові поверхні зубів дотикаються вздовж прямих, які при обертанні пари коліс переміщуються у площині зачеплення. Ця площа є спільною дотичною площиною до основних циліндрів косоозубих коліс, а зазначені прямі утворюють у площині зачеплення кут β_b з прямою, яка паралельна до геометричних осей цих коліс.

Коли від ведучого зубчастого колеса до веденого передаються зусилля, площадки контакту зубів є прямолінійними смужками, причому довжина такої площадки у багато разів більша за її ширину. З розв'язку задачі про притискання одне до одного двох пружних тіл, коли площадка контакту являє собою прямолінійну смужку шириною ($2 \cdot s_{cont}$), відомо, що нормальне напруження досягає найбільшого значення на серединній лінії смужки контакту та його можна подати [13] у вигляді:

$$\sigma_H = \frac{2 \cdot q_n}{\pi \cdot s_{cont}}, \quad (7)$$

де q_n – нормальне до активної поверхні зуба питоме зусилля, що припадає на одиницю довжини смужки контакту.

Спільна нормаль до активних поверхонь зубів ведучого і веденого коліс, яку проведено через довільну точку на прямих, по яких дотикаються ці поверхні, лежить у площині зачеплення. Ця нормаль утворює кут β_b (який дорівнює куту нахилу гвинтової лінії зуба на основних циліндрах) з прямою зачеплення, яка лежить у площині зачеплення та перпендикулярна до твірної основного циліндра.

Система розподілених зусиль q_n , які діють під час зачеплення з боку одного зубчастого колеса на інше та спрямовані вздовж спільної нормалі до евольвентних поверхонь зубів, має рівнодійну силу Q_n . У зубчастих передачах, які експлуатуються зі змащуванням, момент відносно осі зубчастого колеса від розподілених зусиль тертя, дотичних до евольвентних профілів зубів, є нехтовно малим у порівнянні з моментом відносно тієї ж осі від розподілених нормальних зусиль q_n . Тому силу Q_n можна виразити [4] через обертальний момент T_2 на веденому валу у такому вигляді:

$$Q_n = \frac{T_2}{r_{b2} \cdot \cos \beta_b}, \quad (8)$$

де r_{b2} – радіус основного циліндру веденого косоозубого колеса.

Тоді для косоозубої передачі, в якій коефіцієнт ε_β близький до натурального числа, з урахуванням формул (8) і (2) запишемо середнє (по довжині смужок контакту) значення інтенсивності питомих нормальних зусиль таким чином:

$$q_n^{aver} = \frac{Q_n}{L_{cont}} = \frac{T_2}{\varepsilon_\alpha \cdot b_w \cdot r_{b2}}. \quad (9)$$

Будь-яке колесо ступінчастої однопоточної зубчастої передачі перебуває у зачепленні тільки з одним спряженим колесом. Тому для визначення товщини h_n зношеного шару на поверхнях таких коліс у формулу (4) слід підставити $k_q = 1$. Оскільки

$v_\lambda = \frac{\omega_\lambda}{2 \cdot \pi}$, де ω_λ – кутова швидкість (рад/с) зубчастого колеса λ , то з урахуванням виразу (5) формула (4) набуде вигляду:

$$h_{n\lambda} = \frac{k_{Int} \cdot \sigma_H \cdot s_{cont} \cdot \theta_\lambda \cdot \omega_\lambda \cdot t}{\pi \cdot H_{B\lambda}}. \quad (10)$$

Підставивши у формулу (7) замість q_n праву частину виразу (9), а потім, підставивши отриманий вираз для σ_H у формулу (10), отримаємо для розрахункового значення товщини $h_{n\lambda}$ зношеного шару у довільній точці активного профілю зуба колеса λ наступну формулу:

$$h_{n\lambda} = \frac{2 \cdot k_{Int} \cdot T_2 \cdot \theta_\lambda \cdot \omega_\lambda \cdot t}{\pi^2 \cdot \varepsilon_\alpha \cdot b_w \cdot r_{b2} \cdot H_{B\lambda}}. \quad (11)$$

З геометричної та кінематичної теорії циліндричних евольвентних зубчастих передач відомі формули для визначення швидкостей V_{y1}^{pr} , V_{y2}^{pr} та V_y^{sl} , коли точка дотику профілів зубів займає довільне положення Y на прямій зачеплення [14]. Для косоозубої передачі із зовнішнім зачепленням ці формули мають вигляд:

$$V_{y\lambda}^{pr} = \omega_\lambda \cdot r_{b\lambda} \cdot \tan \alpha_{ty\lambda}; \quad (12)$$

$$V_y^{sl} = (\omega_1 + \omega_2) \cdot r_{b\lambda} \cdot \left| \tan \alpha_{ty\lambda} - \tan \alpha_{tw} \right|, \quad (13)$$

де $\alpha_{ty\lambda}$ – кут профілю в точці дотику Y для евольвентного профілю зубчастого колеса λ ; α_{tw} – кут зачеплення.

Формула (13) дає однакові значення V_y^{sl} при $\lambda=1$ і $\lambda=2$, тому позначення швидкості ковзання V_y^{sl} не має нижнього індексу λ .

Символ t на початку нижнього індексу означає, що величина з цим індексом визначається у торцевому перерізі косозубої передачі (рис. 1).

Підставивши у формулу (6) вирази для швидкостей з (12) і (13), отримаємо наступну формулу для питомих ковзань при дотику евольвентних профілів зубів коліс у довільній точці Y :

$$\theta_{y\lambda} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_\lambda} \cdot \left| \frac{\tan \alpha_{tw}}{\tan \alpha_{ty\lambda}} - 1 \right|. \quad (4)$$

Якщо для кожного колеса косозубої передачі замінити $\alpha_{ty\lambda}$ у формулі (4) на позначення $\alpha_{ided\lambda}$ і $\alpha_{ia\lambda}$ кутів профілю в торцевому перерізі у нижніх

активних точках евольвентних профілів і у точках на вершинах зубів, то отримаємо вирази для питомих ковзань у відповідних точках. Далі, підставивши у праву частину формули (11) отримані вирази для $\theta_{ded\lambda}$ і $\theta_{add\lambda}$, запишемо вирази для товщин $h_{nded\lambda}$ і $h_{nadd\lambda}$ зношених шарів на поверхнях зубів ведучого ($\lambda=1$) та веденого ($\lambda=2$) коліс у зазначених точках:

$$h_{nded\lambda} = \frac{U_h \cdot t}{\varepsilon_\alpha} \cdot \frac{H_{B2}}{H_{B\lambda}} \cdot \left| \frac{\tan \alpha_{tw}}{\tan \alpha_{ided\lambda}} - 1 \right|, \quad (15)$$

$$h_{nadd\lambda} = \frac{U_h \cdot t}{\varepsilon_\alpha} \cdot \frac{H_{B2}}{H_{B\lambda}} \cdot \left| \frac{\tan \alpha_{tw}}{\tan \alpha_{iadd\lambda}} - 1 \right|, \quad (16)$$

де U_h – допоміжна величина, що має розмірність швидкості:

$$U_h = \frac{2 \cdot k_{Int} \cdot T_2 \cdot (\omega_1 + \omega_2)}{\pi^2 \cdot b_w \cdot r_{b2} \cdot H_{B2}}. \quad (17)$$

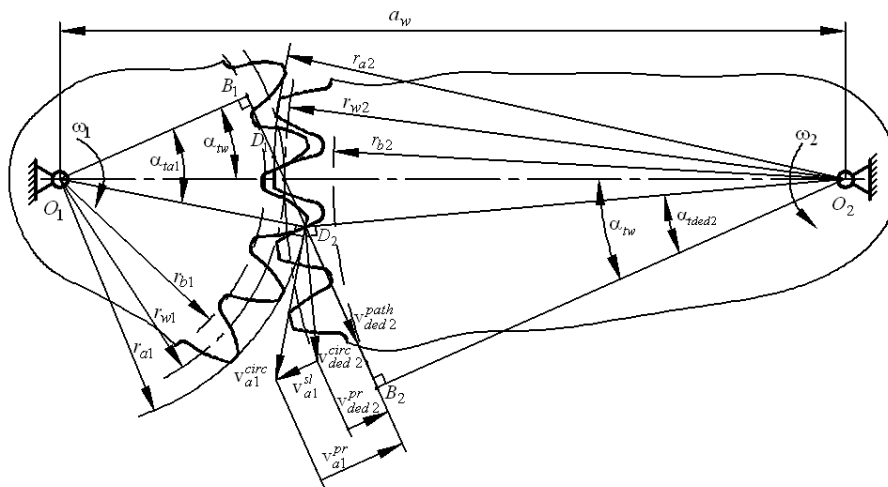


Рисунок 1. Схематичне зображення торцевого перерізу косозубої передачі

Тангенси кутів профілю для нижніх активних точок евольвентних профілів зубів ведучого та веденого коліс косозубої передачі із зовнішнім зачепленням визначають [3] таким чином:

$$\tan \alpha_{ided1} = \frac{z_1 + z_2}{z_1} \cdot \tan \alpha_{tw} - \frac{z_2}{z_1} \cdot \tan \alpha_{ia2}, \quad (18)$$

$$\tan \alpha_{ided2} = \frac{z_1 + z_2}{z_2} \cdot \tan \alpha_{tw} - \frac{z_1}{z_2} \cdot \tan \alpha_{ia1}. \quad (19)$$

Враховуючи вирази (18) і (19) для $\tan \alpha_{ided1}$ і $\tan \alpha_{ided2}$, на підставі виразів (15) і (16) можна скласти розрахункові формули для сум товщин

зношеного шару на спряжених крайніх ділянках активних поверхонь зубів ведучого та веденого коліс. Подамо ці формули для сум товщин зношеного шару у вигляді:

$$h_{nded1} + h_{nadd2} = \psi_{D1} \cdot U_h \cdot t, \quad (20)$$

$$h_{nded2} + h_{nadd1} = \psi_{D2} \cdot U_h \cdot t, \quad (21)$$

причому для введених тут безрозмірних величин ψ_{D1} і ψ_{D2} ми отримали у результаті вищезазначених математичних дій такі вирази:

$$\psi_{D1} = \frac{|\tan \alpha_{ta2} - \tan \alpha_{tw}|}{\varepsilon_\alpha} \times \left(\frac{H_{B2}}{H_{B1}} \cdot \frac{z_2}{|(z_1 + z_2) \cdot \tan \alpha_{tw} - z_2 \cdot \tan \alpha_{ta2}|} + \frac{1}{\tan \alpha_{ta2}} \right), \quad (22)$$

$$\psi_{D2} = \frac{|\tan \alpha_{ta1} - \tan \alpha_{tw}|}{\varepsilon_\alpha} \times \left(\frac{z_1}{|(z_1 + z_2) \cdot \tan \alpha_{tw} - z_1 \cdot \tan \alpha_{ta1}|} + \frac{H_{B2}}{H_{B1} \cdot \tan \alpha_{ta1}} \right). \quad (23)$$

Кут зачеплення α_{tw} у торцевому перерізі косозубої передачі із зовнішнім зачепленням пов'язаний [14] зі значеннями x_1 , x_2 , z_1 , z_2 і β за допомогою трансцендентного рівняння:

$$\tan \alpha_{tw} - \alpha_{tw} = \tan \alpha_t - \alpha_t + \frac{2 \cdot (x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \cdot \tan \alpha_n, \quad (24)$$

де α_t – кут профілю у торцевому перерізі цієї передачі для точок поверхонь зубів на ділільних циліндрах коліс (у рівнянні (24) α_{tw} та α_t позначають величини відповідних кутів у радіанах).

$$\text{Кут } \alpha_t \text{ пов'язаний залежністю } \tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta}$$

з кутом профілю α_n твірної рейки у нормальному до її зубів перерізі; у загальному машинобудуванні стандартне значення $\alpha_n = 20^\circ = (\pi/9) \text{ рад}$.

Кути профілю в торцевому перерізі для точок на вершинах зубів (α_{ta1} і α_{ta2}) визначають [4] так:

$$\alpha_{ta\lambda} = \arccos(r_{b\lambda}/r_{a\lambda}), \quad (25)$$

де $r_{b\lambda}$ і $r_{a\lambda}$ – радіуси основного циліндру і циліндру вершин зубчастого колеса λ .

Радіуси основних циліндрів (r_{b1} і r_{b2}) та циліндрів вершин (r_{a1} і r_{a2}) для ведучого та веденого коліс косозубої передачі визначаються [4] за формулами:

$$r_{b\lambda} = \frac{m_n \cdot z_\lambda}{2 \cdot \cos \beta} \cdot \cos \alpha_t, \quad (26)$$

$$r_{a\lambda} = m_n \cdot \left(\frac{z_\lambda}{2 \cdot \cos \beta} + h_a^* + x_\lambda + k_n \right), \quad (27)$$

де h_a^* – коефіцієнт висоти голівки зуба твірної рейки, його стандартне значення $h_a^* = 1$; k_n – коефіцієнт, який визначається [4] таким чином:

$$k_n = \frac{z_1 + z_2}{2 \cdot \cos \beta} \cdot \left(\frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{tw}} - 1 \right) - (x_1 + x_2). \quad (28)$$

Підставивши вирази для радіусів r_{b1} , r_{b2} , r_{a1} , r_{a2} з формул (26) і (27) у формулу (25), виразимо кути профілю α_{ta1} і α_{ta2} через значення x_1 , x_2 , z_1 , z_2 і β наступним чином:

$$\alpha_{ta\lambda} = \arccos \left(\frac{z_\lambda \cdot \cos \alpha_t}{z_\lambda + 2 \cdot (h_a^* + x_\lambda + k_n) \cdot \cos \beta} \right). \quad (29)$$

Коефіцієнт торцевого перекриття у косозубій передачі із зовнішнім зачепленням визначається [14] за формулою:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1}{2 \cdot \pi} \cdot (\tan \alpha_{ta1} - \tan \alpha_{tw}) + \frac{z_2}{2 \cdot \pi} \cdot (\tan \alpha_{ta2} - \tan \alpha_{tw}). \quad (30)$$

Результати досліджень

З формул (20) і (21) очевидно, що величини $(\psi_{D1} \cdot U_h)$ і $(\psi_{D2} \cdot U_h)$ являють собою швидкості зростання сум товщин $(h_{nded1} + h_{nadd2})$ та $(h_{nded2} + h_{nadd1})$ з часом t роботи косозубої передачі. Іншими словами, величини $(\psi_{D1} \cdot U_h)$ і $(\psi_{D2} \cdot U_h)$ – це суми швидкостей зношування на спряжених крайніх ділянках активних поверхонь зубів ведучого та веденого коліс.

З формули (17) з урахуванням виразу (26) випливає, що у косозубої передачі із заданими числами z_1 і z_2 зубів ведучого та веденого коліс, кутом β нахилу лінії зуба на ділільних циліндрах, нормальним модулем зачеплення m_n та шириною b_w зубчастих вінців величина U_h не залежить від коефіцієнтів x_1 та x_2 зміщення твірної рейки.

Аналіз формул (24), (29) і (30) дозволяє встановити, що у косозубої передачі із заданими значеннями z_1 , z_2 та β кут зачеплення α_{tw} , кути профілю α_{ta1} і α_{ta2} , а також коефіцієнт торцевого перекриття ε_α є функціями від аргументів x_1 та x_2 . Тоді стає очевидним, що при заданих значеннях z_1 , z_2 та β , а також величинах твердості H_{B1} і H_{B2} поверхневого шару зубів ведучого та веденого коліс безрозмірні величини ψ_{D1} і ψ_{D2} , які визначаються за формулами (22) і (23), є функціями коефіцієнтів

зміщення твірної рейки: $\psi_{D1} = \psi_{D1}(x_1, x_2)$, $\psi_{D2} = \psi_{D2}(x_1, x_2)$.

З наведених міркувань випливає, що більша з двох сум швидкостей зношування ($\psi_{D1} \cdot U_h$) або ($\psi_{D2} \cdot U_h$) буде мінімальною за таких значень x_1 та x_2 , за яких набуває найменшого значення величина $\max(\psi_{D1}, \psi_{D2})$. Безрозмірну величину $\max(\psi_{D1}, \psi_{D2})$ назвемо коефіцієнтом найбільшої суми швидкостей зношування.

Під час проектування зубчастих передач, як правило, потрібно округлити розрахункову міжосьову відстань до найближчого більшого значення a_w зі стандартного ряду міжосьових відстаней або з ряду нормальних лінійних розмірів. Для того щоб косозуба евольвентна передача із зовнішнім зачепленням при визначених значеннях z_1 , z_2 , β і m_n мала міжосьову відстань a_w , необхідно розрахувати [3] кут зачеплення α_{tw} у торцевому перерізі та коефіцієнт x_Σ суми зміщень твірної рейки для коліс передачі за наступними формулами:

$$\alpha_{tw} = \arccos\left(\frac{m_n \cdot (z_1 + z_2)}{2 \cdot a_w \cdot \cos \beta} \cdot \cos \alpha_t\right), \quad (31)$$

$$x_\Sigma = \frac{(\tan \alpha_{tw} - \alpha_{tw} - \tan \alpha_t + \alpha_t) \cdot (z_1 + z_2)}{2 \cdot \tan \alpha_n}. \quad (32)$$

На рис. 2 зображено побудовані нами для прикладу графіки залежностей безрозмірних величин ψ_{D1} і ψ_{D2} від коефіцієнта x_1 зміщення твірної рейки ведучого колеса за умови $x_1 + x_2 = x_\Sigma = 0,8829$ для косозубої передачі, в якій $z_1 = 16$, $z_2 = 80$, $\beta = 12,5^\circ$ та $H_{B2} = H_{B1}$. Ці графіки показують, що для такої передачі зі збільшенням x_1 від 0 до 1 значення $\psi_{D1} = \psi_{D1}(x_1, x_\Sigma - x_1)$ зменшуються, а значення $\psi_{D2} = \psi_{D2}(x_1, x_\Sigma - x_1)$ збільшуються, причому при $x_1 = x_{D1}$ значення ψ_{D1} і ψ_{D2} є однаковими. Отже, величина $\max(\psi_{D1}, \psi_{D2})$, яка пропорційна найбільшій сумі швидкостей зношування, набуває найменшого значення (у діапазоні $0 < x_1 < 1$) при $x_1 = x_{D1}$.

Розв'язання рівняння $\psi_{D1}(x_1, x_2) = \psi_{D2}(x_1, x_2)$ за умови $x_2 = x_\Sigma - x_1$ дозволяє визначити такі значення коефіцієнтів зміщення твірної рейки x_{D1} і

x_{D2} , при яких найбільша сума швидкостей зношування буде мінімальною у косозубої передачі з визначеним значенням x_Σ .

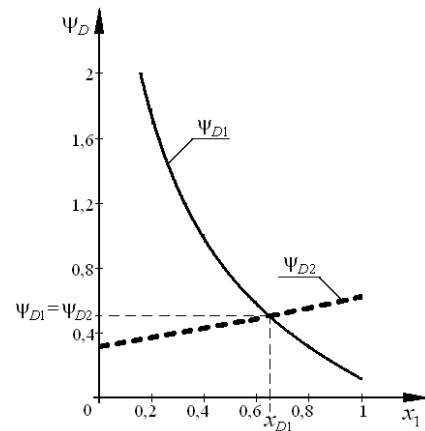


Рисунок 2. Графіки залежностей безрозмірних величин ψ_{D1} і ψ_{D2} від аргументу x_1 при $x_1 + x_2 = 0,8829$ для розглядуваної косозубої передачі

Корінь x_{D1} трансцендентного рівняння

$$\psi_{D1}(x_1, x_\Sigma - x_1) - \psi_{D2}(x_1, x_\Sigma - x_1) = 0 \quad (33)$$

можна визначити з потрібною точністю за допомогою ітераційної формули методу січних [15], для чого потрібно попередньо задати два початкових наближення з інтервалу $(0; x_\Sigma)$.

Обговорення

Розглянемо, як застосовується розроблена методика визначення коефіцієнтів зміщення твірної рейки у проектувальному розрахунку косозубої передачі із зовнішнім зачепленням. Передаточне відношення $|i_{12}| = 5$; ведуче і ведене колеса цієї передачі виготовлено зі сталі 12ХН3А; термічна обробка обох коліс – поліпшення, цементация та гартування; твердість зубів цих коліс на поверхні 59HRC.

Нехай при обчисленні розрахункової міжосьової відстані $a_w^{calc} = 99$ мм було обрано значення коефіцієнту ширини зубчастих вінців $\psi_{ba} = 0,315$. Приймаємо зі стандартного ряду міжосьових відстаней фактичне значення $a_w = 100$ мм. Тоді розрахункова ширина зубчастих вінців $b_w^{calc} = 31,5$ мм; приймаємо значення $b_w = 32$ мм з ряду нормальних лінійних розмірів.

Для зубчастих передач в окремому корпусі з достатньо жорсткими валами та опорами, згідно рекомендаціям [2], раціонально приймати коефіцієнт $\psi_{bm} = 15 \dots 20$, тоді значення модуля зачеплення слід обрати з діапазону 1,6...2,13 мм; приймаємо

$m_n = 2,0$ мм з ряду стандартних значень модулів.

Для того щоб отримати значення коефіцієнту осьового перекриття $\varepsilon_\beta = 1,1$, визначаємо за формулою (1) відповідне значення кута нахилу гвинтової лінії зуба на діляльних циліндрах коліс $\beta = 12,5^\circ$.

Розрахункове число зубів ведучого колеса, згідно формули (3), $z_1^{calc} = 16,3$; призначаємо $z_1 = 16$, тоді число зубів веденого колеса $z_2 = 80$.

За формулами (31) і (32) визначаємо $\alpha_{tw} = 0,39922$ рад, $x_\Sigma = 0,8829$. Далі, розв'язуючи ітераційним методом рівняння (33), знаходимо значення коефіцієнту $x_{D1} = 0,6472$, тоді $x_{D2} = 0,2357$.

Пара косозубих коліс при $H_{B2} = H_{B1}$, з наведеними у цьому прикладі геометричними параметрами a_w , b_w , m_n , β , z_1 і z_2 , за умови, що $x_1 = x_{D1}$ та $x_2 = x_{D2}$, характеризуватиметься мінімальним значенням коефіцієнту найбільшої суми швидкостей зношування, яке становить: $\psi_{D1}(x_{D1}, x_{D2}) = \psi_{D2}(x_{D1}, x_{D2}) = 0,5$. Тому при $x_1 = x_{D1}$ та $x_2 = x_{D2}$ буде максимальною тривалість роботи цієї косозубої передачі до того часу, коли найбільша сума товщин зношеного шару на спряжених ділянках активних поверхонь зубів коліс досягне допустимого значення.

Обчислення безрозмірних величин ψ_{D1} і ψ_{D2} за формулами, які виведено в цій роботі, та перевіріні геометричні розрахунки косозубої передачі дозволяють також визначити границі діапазону раціональних значень x_1 та відповідні їм границі діапазону значень $x_2 = x_\Sigma - x_1$. Якщо значення коефіцієнтів x_1 та x_2 знаходяться у цих діапазонах, то значення коефіцієнту $\max(\psi_{D1}, \psi_{D2})$ найбільшої суми швидкостей зношування перевищують його мінімальне значення не більше, ніж на 20%. Для косозубої передачі з геометричними параметрами $z_1 = 16$, $z_2 = 80$, $\beta = 12,5^\circ$, $m_n = 2,0$ мм і $a_w = 100$ мм при $H_{B2} = H_{B1}$ такими діапазонами є: $0,5813 < x_1 < 0,6591$, $0,3016 > x_2 > 0,2238$. Тут граничні значення коефіцієнтів $x_1 = 0,5813$ та $x_2 = 0,3016$ визначено з умови, що $\psi_{D1}(0,5813, 0,3016) = 1,2 \cdot \psi_{D1}(0,6472, 0,2357)$, а граничні значення $x_1 = 0,6591$ та $x_2 = 0,2238$ визначено з умови [3], що товщина зубів на поверхні вершин ведучого колеса у нормальному перерізі має бути більшою, ніж $(0,4 \cdot m_n)$. Крім цього, обчислення ψ_{D1} і ψ_{D2} також показало, що для розглянутої

косозубої передачі недоцільно призначати для ведучого колеса коефіцієнт $x_1 < 0,3884$, оскільки в такому випадку найбільша сума швидкостей зношування перевищуватиме її значення при $x_1 = x_{D1}$ у два рази та більше.

Висновки

Створено методику розрахунку таких значень коефіцієнтів зміщення твірної рейки для ведучого та веденого коліс косозубої передачі, за яких буде мінімальною сума швидкостей зношування на найбільш підданих до зношування спряжених ділянках поверхонь зубів цих коліс. Якщо коефіцієнти x_1 та x_2 визначено за розробленою методикою, то тривалість роботи цієї передачі до досягнення допустимого значення суми товщин зношеного шару на таких ділянках буде максимальною. Ця методика дозволяє визначити раціональні значення коефіцієнтів зміщення твірної рейки для коліс косозубих передач, які функціонують в умовах неповної захищеності зони зачеплення зубів від потрапляння абразивних часток.

Список літератури

1. Павлице В. Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин [Текст] / В. Т. Павлице. – 2-е вид., перероб. – Львів : Афіша, 2003. – 560 с.
2. Иванов, М. Н.. Детали машин [Текст] / М. Н. Иванов. – 5-е изд., перераб. – М. : Высшая школа, 1991. – 383 с.
3. Брагин В. В. Проектирование высоконапряженных цилиндрических зубчатых передач [Текст] / В. В. Брагин, Д. Н. Решетов. – М. : Машиностроение, 1991. – 224 с.
4. Linke H. Cylindrical Gears. Calculation, Materials, Manufacturing / H. Linke, J. Borner, R. Heb. – Munich: Carl Hanser Verlag, 2016. – 848 p. <https://doi.org/10.3139/9781569904909>
5. Kragelsky I. V. Friction and Wear. Calculation Methods / I. V. Kragelsky, M. N. Dobychin, V. S. Kombalov. – Oxford : Pergamon Press, 1982. – 464 p. <https://doi.org/10.1016/C2013-0-03333-6>
6. Когаев В. П. Прочность и износостойкость деталей машин [Текст] / В. П. Когаев, Ю. Н. Дроздов. – М. : Высшая школа, 1991. – 319 с.
7. Pavlov V. G. Service Life of Cylindrical Oblique-Toothed Gear by Condition of Maximum Permissible Wear / V. G. Pavlov, V. D. Yagovitev // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2009. – Vol. 38, No. 4. – P. 354–358. DOI: 10.3103/S1052618809040098
8. Чернець М. В. Дослідження умов зачеплення зубів циліндричної евольвентної передачі на контактну міцність, зношування і довговічність. Частина 1. Постійні умови взаємодії у некоригованому зачепленні [Текст] / М. В. Чернець, Ю. М. Чернець // Проблеми трибології. – 2014. – № 3. – С. 22–27.
9. Чернець М. В. Дослідження умов зачеплення

зубів циліндричної евольвентної передачі на контактну міцність, зношування і довговічність. Частина 2. Постійні умови взаємодії у коригованому зачепленні [Текст] / М. В. Чернець, Ю. М. Чернець // Проблеми трибології. – 2014. – №4. – С. 6–16.

10. Попович А. Г. Методика расчета коэффициентов смещения для колес реверсивной эвольвентной зубчатой передачи [Текст] / А. Г. Попович, В. Г. Шевченко // Вісник двигунобудування. – 2015. – № 1. – С. 8–14.

11. Flodin A. A simplified model for wear prediction in helical gears / A. Flodin, S. Andersson // Wear. – 2001. – Vol. 249, Issues 3–4. – P. 285–292.

[https://doi.org/10.1016/S0043-1648\(01\)00556-7](https://doi.org/10.1016/S0043-1648(01)00556-7)

12. Osman T. Static and dynamic simulations of mild abrasive wear in wide-faced solid spur and helical gears / T. Osman, Ph. Velez // Mechanism and Machine

Theory. – 2010. – Vol. 45, Issue 6. – P. 911–924.

<https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2010.01.003>

13. Hills D. A. Mechanics of Elastic Contacts / D. A. Hills, D. Nowell, A. Sackfield. – Oxford : Butterworth-Heinemann, 1993. – 496 p.

<https://doi.org/10.1016/C2009-0-24029-3>

14. Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач / [И. А. Болотовский, В. И. Безруков, О. Ф. Васильева и др.]; под. ред. И.А. Болотовского. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1986. – 448с.

15. Venkateshan S. P. Computational Methods in Engineering / S. P. Venkateshan, Prasanna Swaminathan. – Oxford : Academic Press, 2013. – 672 p.

<https://doi.org/10.1016/C2012-0-06128-5>

Одержано 16.10.2023

Popovych A.

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Mechanics, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Zaporizhzhia, Ukraine, *e-mail*: machinesmechanics@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4959-8838

Shevchenko V.

Candidate of Technical Sciences, Head of the Department of Mechanics, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Zaporizhzhia, Ukraine, *e-mail*: shevawk@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9037-6367

CORRECTION OF THE CYLINDRICAL HELICAL-GEAR WHEEL PAIR FOR WEAR DECREASE OF TEETH' INVOLUTE SURFACES

Purpose. It is to create a method for determination of profile shift coefficients, such that during the operation of a cylindrical helical-gear pair the sum of the wear rates of involute surfaces on the contacting sections at the highest and lowest active points of teeth' profiles of driving and driven wheels will be a minimum.

Research methods are based on integrated application of the involute gear theory and tribological laws. The secant method that is known in computational mathematics is used to find a root of nonlinear equation.

Results. The method is created for determination of rational values of correction parameters for cylindrical helical-gear wheels, which maximize the service life of this gear pair until the maximum sum of worn-layer thicknesses on the contacting sections of the teeth' active surfaces reaches limiting permissible value. An example of application of this method in design calculation of the cylindrical helical-gear pair is given.

Scientific novelty. Calculation model is elaborated for determination of the sum of worn-layer thicknesses on the most wearing contacting sections of the teeth' active surfaces of a cylindrical helical-gear wheel pair. It is derived an equation of the linkage between such values of profile shift coefficients for the driving and driven helical-gear wheels which minimize the greatest sum of wear rates on mentioned sections of teeth' surfaces. Solution of this equation by numerical method for the helical-gear pair having standard distance between axes allows determination of rational values of correction parameters for these wheels.

Practical value. Application of the created method for determination of profile shift coefficients is expedient in design of cylindrical helical-gear pairs for machines and equipment, which operate in conditions when it is impossible to protect the engagement region from ingress of abrasive particles.

Key words: involute gear pair, cylindrical helical-gear wheel, worn layer, profile shift coefficient.

References

1. Pavlyshe, V. T. (2003). Osnovy konstruyuvannya ta rozrakhunok detaley mashyn [Fundamentals of design and calculation of machine parts]. Lviv : Afisha, 560.

2. Ivanov, M. N. (1991). Detali mashin [Machine Parts]. Moscow : Vysshaya Shkola, 383.

3. Bragin, V. V., Reshetov, D. N. (1991). Proektirovanie vysokonapryazhennykh tsilindricheskikh zubchatykh peredach [Design of Highly Loaded Cylindrical Gears]. Moscow : Mashinostroenie, 224.

4. Linke, H., Borner, J., Heb, R. (2016). *Cylindrical Gears. Calculation, Materials, Manufacturing*. Munich: Carl Hanser Verlag, 848.
<https://doi.org/10.3139/9781569904909>
5. Kragelsky, I. V., Dobychin, M. N., Komalov V. S. (1982). *Friction and Wear. Calculation Methods*. Oxford : Pergamon Press, 464.
<https://doi.org/10.1016/C2013-0-03333-6>
6. Kogaev V. P. Drozdov, Yu. N. (1991). *Prochnost' i iznosostoičnost' detaley mashin [Strength and Wear Resistance of Machine Parts]*. Moscow : Vysshaya Shkola, 319.
7. Pavlov, V. G., Yagovitov, V. D. (2009). Service Life of Cylindrical Oblique-Toothed Gear by Condition of Maximum Permissible Wear. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 38 (4), 354–358.
DOI: 10.3103/S1052618809040098
8. Chernets, M. V., Chernets, Ju. M. (2014). *Doslidzhennya umov zacheplennya zubiv tsylindrychnoyi evolventnoyi peredachi na kontaktnu mitsnist', znoshuvannya i dovgovichnist'. Chastyna 1. Postiyni umovy vzayemodiyi u nekoryhovanomu zacheplenni*. [Investigation of teeth engagement conditions of cylindrical involute gear on contact strength, wear and durability. Part 1. Constant interaction conditions in non-corrected engagement] *Problemy trybologiyi*, 3, 22–27.
9. Chernets, M.V., Chernets, Ju.M. (2014). *Doslidzhennya umov zacheplennya zubiv tsylindrychnoyi evolventnoyi peredachi na kontaktnu mitsnist', znoshuvannya i dovgovichnist'. Chastyna 2. Postiyni umovy vzayemodiyi u koryhovanomu zacheplenni* [Investigation of teeth engagement conditions of cylindrical involute gear on contact strength, wear and durability. Part 2. Constant interaction conditions in corrected engagement]. *Problemy trybologiyi*, 4, 6–16.
10. Popovych, A. G., Shevchenko, V. G. (2015). *Metodika rascheta coeffitsientov smescheniya dlya koles reversivnoy evolventnoy zubchatoy peredachi [The technique of profile shift coefficients calculation for wheels of a reverse involute gearing]*. *Visnyk dvyhunobuduvannya*, (1), 8–14.
11. Flodin, A. Andersson, S. (2001). A simplified model for wear prediction in helical gears. *Wear*, 249 (3/4), 285–292. [https://doi.org/10.1016/S0043-1648\(01\)00556-7](https://doi.org/10.1016/S0043-1648(01)00556-7)
12. Osman, T., Velez Ph. (2010). Static and dynamic simulations of mild abrasive wear in wide-faced solid spur and helical gears. *Mechanism and Machine Theory*, 45 (6), 911–924.
<https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2010.01.003>
13. Hills, D. A., Nowell, D., Sackfield A. (1993). *Mechanics of Elastic Contacts*. Oxford : Butterworth-Heinemann, 496.
<https://doi.org/10.1016/C2009-0-24029-3>
14. Bolotovskiy, I. A., Bezrukov, V. I., Vasilieva, O. F., et al. *Spravochnik po geometricheskomu raschetu evolventnykh zubchatykh i chervyachnykh peredach [Handbook for Geometrical Design of Involute Toothed and Worm Gears]*. Moscow: Mashinostroenie, 448.
15. Venkateshan, S. P., Prasanna Swaminathan. (2013). *Computational Methods in Engineering*. Oxford : Academic Press, 672.
<https://doi.org/10.1016/C2012-0-06128-5>